

El sistema de posicionamiento global GPS.

1.- Introducción.

1.2.- Descripción general del sistema.

1.2.1.- Segmento espacial.

1.2.2.- Segmento de control.

1.2.3.- Segmento de tierra o de usuarios

1.3.- Observables GPS.

1.3.1.- Pseudodistancias

1.3.2.- Fase de la portadora.

1.4.- Determinación de la posición usando pseudodistancias.

1.4.1.- Precisión de las medidas con pseudodistancias.

1.5.- Posicionamiento relativo con fase.

1.5.1.- Método de observación estática

1.5.2.- Métodos de observación cinemáticos.

1.5.2.1 Cinemático OTF.

1.5.2.2 Cinemáticos con inicialización estática.

1.5.3.- Precisión de las medidas con fase.

1.6.- GPS y Navegación.

1.7.- GPS y Geodesia.

1.8.- Aplicaciones militares.

1.9.- Gestión de flotas de vehículos

2.- Determinación de la posición del satélite en su órbita.

2.1.- Órbita kepleriana.

2.1.1.- Dinámica del movimiento de un satélite.

2.1.2.- El problema de los dos cuerpos.

2.1.3.- Ecuaciones del movimiento en el sistema XYZ.

2.1.4.- Ecuaciones polares en el plano de la órbita.

2.1.5.- Relación entre las coordenadas y el tiempo.

2.1.6.- Ecuaciones cartesianas en el plano de la órbita.

2.1.7.- Movimiento medio y anomalía media. Ecuación de Kepler.

2.1.8.- Órbita en el sistema tridimensional.

2.1.9.- Cálculo de los parámetros de la órbita kepleriana en función del vector de estado (r, r').

2.2.- Ecuación general del movimiento de un satélite.

2.2.1.- Sistemas de Tiempo y Coordenadas.

2.2.2.- Fuerzas gravitacionales.

2.2.2.1.- Geopotencial.

2.2.2.2.- Mareas terrestres.

2.2.2.3.- Mareas oceánicas.

2.2.2.4.- Fuerzas inducidas por los cambios en la rotación terrestre.

2.2.2.5.- Atracción lunar, solar y planetaria.

2.2.2.6.- Relatividad general

2.2.3.- Fuerzas no gravitacionales.

2.2.3.1.- Rozamiento atmosférico.

2.2.3.2.- Presión de radiación solar.

2.2.3.3.- Presión de radiación terrestre.

2.2.3.4.- Balance de la radiación térmica.

2.2.4.- Integración de las ecuaciones diferenciales del movimiento.

2.3.- Efemérides transmitidas. Determinación de la posición en tiempo real.

2.3.1.- Cálculo de las efemérides transmitidas.

2.3.2.- Parámetros que componen las efemérides transmitidas.

2.3.3.- Variación de los elementos de las efemérides transmitidas.

2.3.4.- Algoritmo para el cálculo de la posición del satélite en la época t . Ejemplos.

2.3.5.- RINEX un formato de intercambio de datos GPS.

2.4.- Almanaque de la constelación.

2.5.- Efemérides precisas.

2.5.1.- IGS

2.5.2.- El formato sp3

2.5.3.- Formato EF18 (binario)

2.5.4.- Interpolación de las efemérides precisas

1.- Introducción.

El programa GPS se inició en 1973 cuando las Fuerzas Aéreas, el Ejército, la Marina, el Cuerpo de Marines y la DMA (Defense Mapping Agency) decidieron combinar sus recursos técnicos para desarrollar un sistema de navegación muy preciso basado en observaciones espaciales. Con personal de todas estas organizaciones se formó el cuadro inicial de lo que se denominó GPS Joint Program Office, posteriormente se incorporó también personal procedente de nueve naciones de la OTAN.

La primera justificación del programa fue militar pero el número de usuarios y aplicaciones civiles crece cada día. El sistema GPS proporciona una información muy precisa de posicionamiento, velocidad y tiempo (sincronización de escalas de tiempo) a un amplio conjunto de usuarios que van desde la gestión de flotas de vehículos a las determinaciones más precisas que necesitan los geodestas, descontando, por supuesto, los usos militares.

El sistema constituye hoy la principal herramienta de la Geodesia, debido a las mejoras en las técnicas de observación (receptores), del tratamiento de los datos (programas), la disponibilidad y acceso económico a los receptores, las posibilidades de observación en casi todas las condiciones meteorológicas, la portabilidad de los equipos de observación y los beneficios de una intensa cooperación internacional que siempre caracterizó a la Geodesia global.

1.2.- Descripción general del sistema.

Especificaciones generales del Sistema

- Permitir el mayor número posible de usuarios, tanto militares como civiles, sin alterar
 - La configuración básica del sistema
 - El modo de operación
- Precisiones en la determinación de la posición del Dm al mm.
- Determinación simultánea de
 - Posición
 - Velocidad
 - Tiempo
- Operatividad:
 - Tierra
 - Mar
 - Aire
- Usuarios
 - Estáticos
 - Móviles

Especificaciones generales del Sistema

- Equipos :
 - Costo relativamente bajo y sencillos de operar
 - Tamaño reducido
 - Bajo consumo de energía
 - Robustos
- Acceso:
 - En cualquier lugar y condiciones meteorológicas las 24 horas.
 - Mejoras para los usuarios civiles
 - Eliminación de la degradación intencionada del sistema para usuarios civiles (Mayo 2000)
 - Incorporación de una nueva frecuencia para los usuarios civiles (2005)
 - Ventajas para los usuarios militares
 - Encriptación del código de posicionamiento preciso (P)
 - Acceso directo al código P en las dos frecuencias

Especificaciones generales del Sistema

- Requerimientos específicos para uso militar
 - Utilizable en cualquier tipo de vehículo
 - Aéreos (Jet a helicópteros)
 - Barcos
 - Terrestres (Incluyendo equipos de mano, Infantería)
 - Espaciales (Otros satélites y misiles)
 - Determinación de posición y velocidad en tiempo real
 - Posición en un único Sistema de Referencia Global
 - Resistente a las interferencias y a los señuelos
 - Posibilidad de limitar a otros usuarios las prestaciones del sistema en tiempo real
 - Sistema totalmente pasivo, el usuario no tiene que emitir ningún tipo de señal para acceder al sistema. (“Todo el que emite es detectado”)

Implicaciones del cambio de sistema de posicionamiento

- El sistema tiene que sustituir varios cientos de miles de referencias terrestres (los vértices geodésicos convencionales) por unas referencias espaciales (los satélites)
 - Características de las redes geodésicas convencionales
 - No cubre uniformemente la superficie de la tierra (faltan en los mares y en muchas regiones de la corteza sólida)
 - No constituyen un sistema homogéneo de referencia (Redes nacionales)
 - La precisión de cada una de estas redes nacionales es muy diversa.
 - La observación y mantenimiento de las mismas es costosa en tiempo y dinero
 - La información de las coordenadas de estas referencias terrestres no siempre está disponible

Implicaciones del cambio de sistema de posicionamiento

- Características del sistema de referencias espaciales
 - Para garantizar la cobertura total hay que desplegar un conjunto de satélites. Los satélites son caros y tienen una vida corta siendo necesaria su reposición periódica. Esto obliga a minimizar su número.
 - Si se eligen satélites muy altos, se garantiza la visibilidad con un número mínimo, pero se pierde en precisión ya que las observaciones de distancias a los mismos son muy largas y las configuraciones geométricas que se obtienen son muy sensibles a los errores
 - Si se eligen satélites bajos hace falta un mayor número de satélites y, además, dado a la velocidad elevada respecto a la tierra de los mismos, estarían muy poco tiempo en el horizonte del observador
 - HAY QUE ESTABLECER COMPROMISO ENTRE EL NUMERO DE SATELITES Y LA ALTITUD.
 - Para asegurar la redundancia el número de satélites debe ser superior al mínimo necesario (4) para obtener la posición.

Resultado: 24 satélites a unos 20.000 kms de altitud promedio

Implicaciones del cambio de sistema de posicionamiento

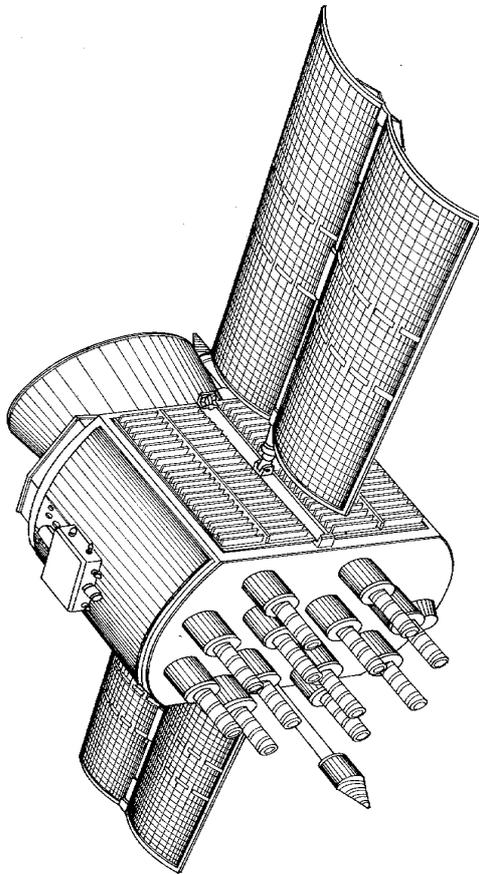
- Para garantizar el funcionamiento tanto de día como de noche, en cualesquiera condiciones meteorológicas, hay que elegir la señal portadora en el rango de las microondas (20 cm de longitud de onda)
- Para lograr receptores robustos, baratos y capaces de operar en tiempo real
 - Hay que situar los procesos más complejos en el satélite
 - La antena del receptor debe ser omnidireccional
 - El proceso de cálculo tiene que hacerse en el receptor, hay que dotarlos de microprocesadores, y el usuario sólo recibe en principio información ya procesada de posición y/o velocidad. El equipo se convierte en una “caja negra”.
 - Debe ser un receptor pasivo (Exigencias militares)
- Cambios en la mentalidad geodésica
 - Posicionamiento tridimensional. ¿Desaparece la separación entre el sistema de referencia horizontal y el vertical?
 - Revisión de los métodos de establecimiento de control geodésico

El sistema comprende tres segmentos o subsistemas:

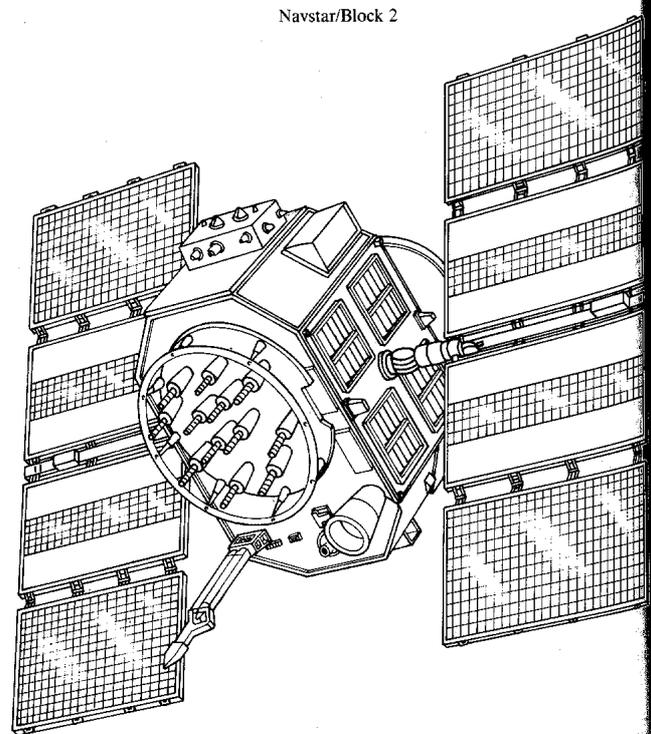
- Segmento espacial
- Segmento de control
- Segmento de usuarios

Los segmentos Espacial y de Control se gestionan por la USAF Space Command y el soporte de las operaciones del GPS está bajo la responsabilidad de US Air Force Logistics Command (AFLC).

1.2.1.- Segmento espacial.

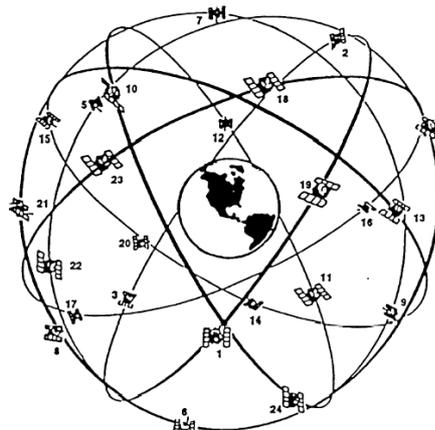
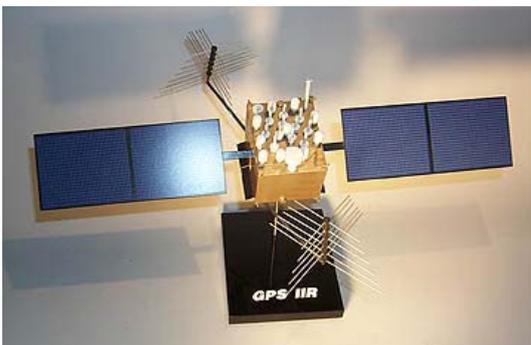


Navstar/Block 1



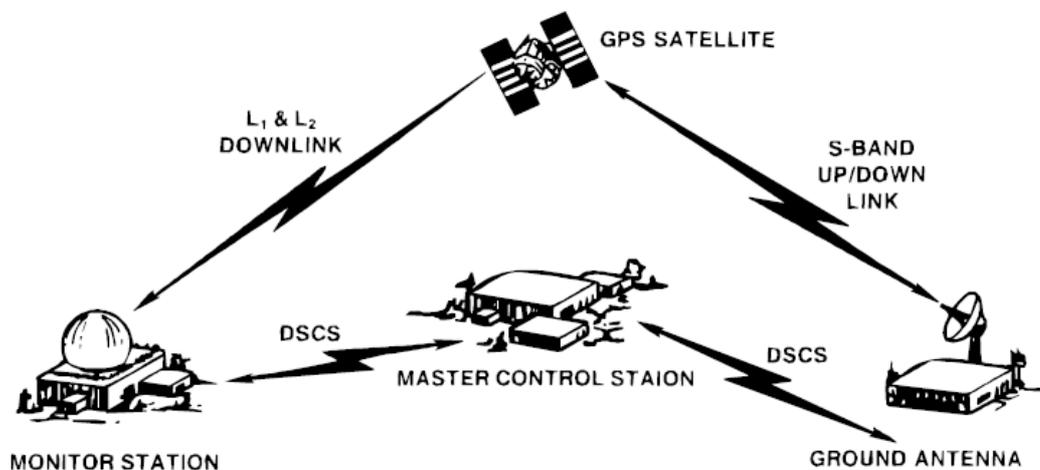
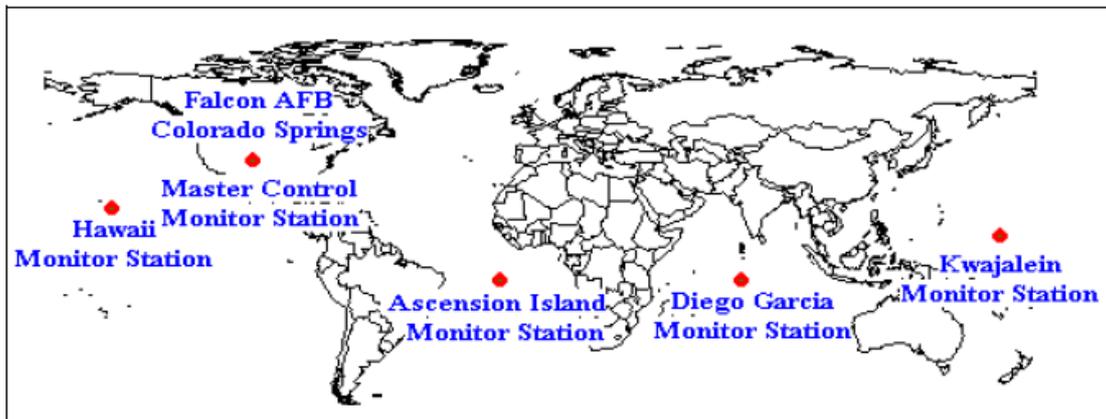
Navstar/Block 2

El segmento espacial fue planeado de manera que permanentemente hubiese una constelación de 24 satélites (21 + 3 de reserva) en 6 planos orbitales con 4 satélites en cada plano. Las órbitas son aproximadamente circulares con una inclinación de 55° y un período de 12 horas sidéreas, con una altura aproximada de 22200 kms. Los satélites transmiten una señal de amplio espectro en dos frecuencias de la banda L, conocidas como Link 1 (L1) = 1575.42 MHz y Link 2 (L2) = 1227.6 MHz. La señal L1 se modula con el código de precisión P y el código C/A (coarse/acquisition), mientras que la señal L2 sólo se modula con el código P. Todas las señales se controlan con osciladores atómicos que constituyen la piedra angular en la que descansa la precisión del sistema. Además de estos códigos se modula también el mensaje de navegación, que incluye datos de las efemérides de los satélites y sobre el estado de los relojes de a bordo. La constelación está diseñada de manera que sobre casi cualquier punto de la Tierra sea visible en todo momento entre 4 y 8 satélites por encima de 15° de altura sobre el horizonte.



1.2.2.- Segmento de control.

El segmento de control lo integran una estación principal Master Control Station (MCS), situada en la AFS Falcon en Colorado, y cinco estaciones de seguimiento (Monitor Station) localizadas en Hawaii, Kwajalein, Isla de Diego Garcia, Ascensión y AFS Falcon. La MCS recibe los datos de las cinco estaciones de seguimiento y calcula las órbitas de los satélites y los parámetros de los relojes que luego estos emitirán como parte del mensaje de navegación. Estos valores se cargan en la memoria de los ordenadores de los satélites desde las estaciones de Kwajalein, Isla de Diego Garcia y Ascensión. Existen otras antenas que llevan a cabo las operaciones de telemetría en banda S.



Hay una red de estaciones civiles extendidas por todo el mundo que contribuyen al refinamiento de las órbitas y registran continuamente datos para estudios geodinámicos. Esta red constituye el IGS = International GPS Service for Geodynamic. Los resultados de estas observaciones están disponibles diariamente en Internet.

1.2.3.- Segmento de tierra o de usuarios

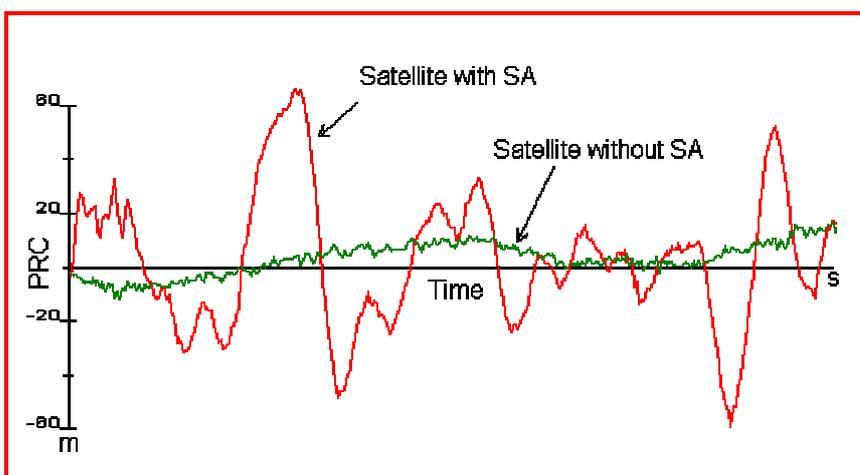
Hay dos niveles básicos de acceso al sistema. El servicio de posicionamiento preciso (Precise Positioning Service = PPS) y el servicio de posicionamiento standard (Standard Positioning Service = SPS).

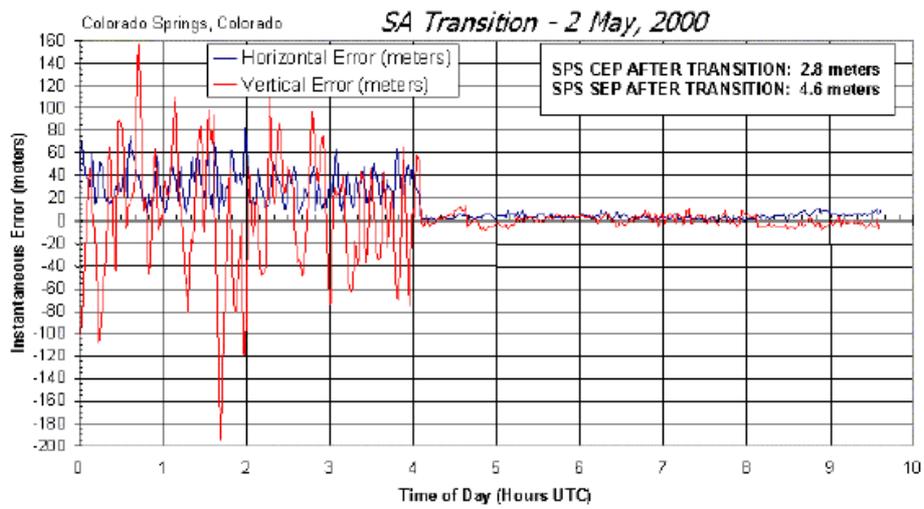
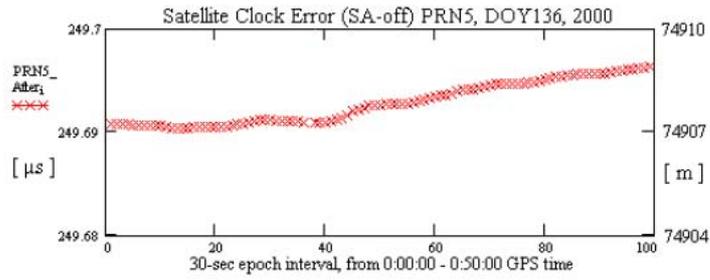
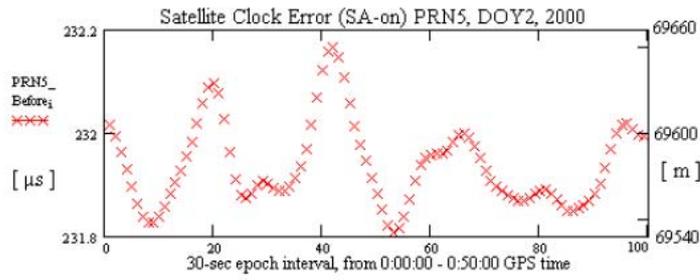
El PPS proporciona la posición y el tiempo con un error circular probable (ECP) de 8 metros y 100 ns en la sincronización respectivamente. - El ECP se define como el radio de un círculo horizontal en el que están incluidas, con una probabilidad 50%, todas las posiciones estadísticamente posibles. - Este servicio está disponible sólo para los usuarios autorizados y está diseñado fundamentalmente para los usos militares.

El código P (público) se transmite encriptado por un código secreto Y, resultando el código P(Y), si se dispone de un receptor militar con capacidad para trabajar con P(Y), se obtienen precisiones (al 95%) de 22 m en posición horizontal y 27.7 m en vertical, y 200 ns en tiempo. También se ha implementado en la señal el Anti-spoofing (AS) para protegerla contra señuelos o falsas señales.

El SPS, con la disponibilidad selectiva activa, proporciona posicionamiento y tiempo con una precisión del orden de los 100 metros y aproximadamente 337 ns. Desde el día 2 de Mayo de 2000 la disponibilidad selectiva (falsificación intencionada del reloj (dither) y de las efemérides transmitidas de los satélites (epsilon)) ha sido desactivada, obteniéndose por los usuarios civiles un ECP de unos 10 metros en las componentes horizontales y algo mayor en la altitud elipsoidal (Elipsoide WGS-84). Se incluye la nota de prensa facilitada por la presidencia de los EEUU de América.

La eliminación de la disponibilidad selectiva (SA)





Author: White House Press Release May 1, 2000

**STATEMENT BY THE PRESIDENT REGARDING THE UNITED STATES' DECISION
TO STOP DEGRADING GLOBAL POSITIONING SYSTEM ACCURACY**

THE WHITE HOUSE

Office of the Press Secretary

For Immediate Release - May 1, 2000

**STATEMENT BY THE PRESIDENT REGARDING
THE UNITED STATES' DECISION TO STOP DEGRADING
GLOBAL POSITIONING SYSTEM ACCURACY**

Today, I am pleased to announce that the United States will stop the intentional degradation of the Global Positioning System (GPS) signals available to the public beginning at midnight tonight. We call this degradation feature Selective Availability (SA). This will mean that civilian users of GPS will be able to pinpoint locations up to ten times more accurately than they do now. GPS is a dual-use, satellite-based system that provides accurate location and timing data to users worldwide.

My March 1996 Presidential Decision Directive included in the goals for GPS to: "encourage acceptance and integration of GPS into peaceful civil, commercial and scientific applications worldwide; and to encourage private sector investment in and use of U.S. GPS technologies and services." To meet these goals, I committed the U.S. to discontinuing the use of SA by 2006 with an annual assessment of its continued use beginning this year.

The decision to discontinue SA is the latest measure in an on-going effort to make GPS more responsive to civil and commercial users worldwide. Last year, Vice President Gore announced our plans to modernize GPS by adding two new civilian signals to enhance the civil and commercial service. This initiative is on-track and the budget further advances modernization by incorporating some of the new features on up to 18 additional satellites that are already awaiting launch or are in production. We will continue to provide all of these capabilities to worldwide users free of charge.

My decision to discontinue SA was based upon a recommendation by the Secretary of Defense in coordination with the Departments of State, Transportation, Commerce, the Director of Central Intelligence, and other Executive Branch Departments and Agencies. They realized that worldwide transportation safety, scientific, and commercial interests could best be served by discontinuation of SA. Along with our commitment to enhance GPS for peaceful applications, my administration is committed to preserving fully the military utility of GPS. The decision to discontinue SA is coupled with our continuing efforts to upgrade the military utility of our systems that use GPS, and is supported by threat assessments which conclude that setting SA to zero at this time would have minimal impact on national security. Additionally, we have demonstrated the capability to selectively deny GPS signals on a regional basis when our national security is threatened. This regional approach to denying navigation services is consistent with the 1996 plan to discontinue the degradation of civil and commercial GPS service globally through the SA technique.

Originally developed by the Department of Defense as a military system, GPS has become a global utility. It benefits users around the world in many different applications, including air, road, marine, and rail navigation, telecommunications, emergency response, oil exploration, mining, and many more. Civilian users will realize a dramatic improvement in GPS accuracy with the discontinuation of SA. For example, emergency teams responding to a cry for help can now determine what side of the highway they must respond to, thereby saving precious minutes. This increase in accuracy will allow new GPS applications to emerge and continue to enhance the lives of people around the world.

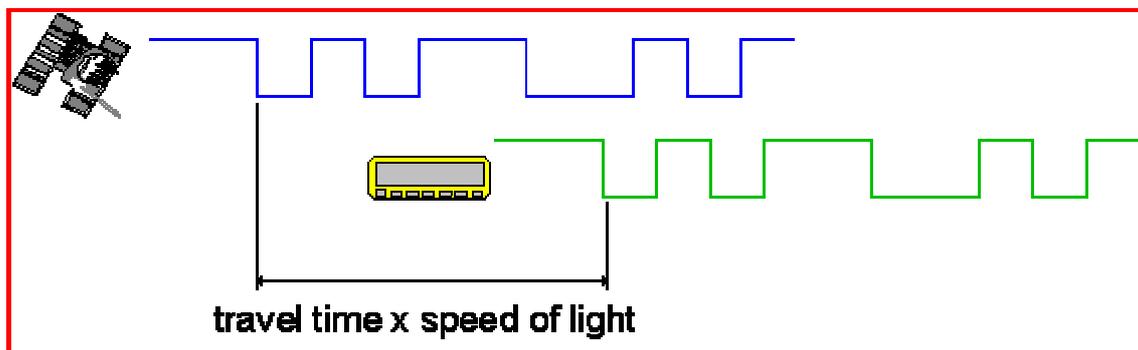
Sin comentarios.

1.3.- Observables GPS.

Hay dos clases de observables en GPS que se utilizan para determinar la posición: las pseudodistancias y la fase de la portadora. Los primeros se utilizan principalmente en las aplicaciones de navegación y la fase se utiliza fundamentalmente en Geodesia.

1.3.1.- Pseudodistancias

Los satélites emiten continuamente una señal de radio modulada con un ruido pseudoaleatorio (Pseudo Random Noise = PRN) que además de identificar al satélite, lleva codificada una marca de tiempo que permite recuperar de la señal la hora en que se emitió cada bit del PRN. El receptor genera una réplica de la señal de cada satélite, en esta réplica la hora codificada es la del reloj del receptor. Mediante la correlación de ambas señales se obtiene la diferencia de tiempo entre la emisión y la recepción, que si los dos relojes estuviesen perfectamente sincronizados se correspondería con el tiempo de propagación de la señal desde el satélite al receptor. Este valor multiplicado por la velocidad de propagación da la pseudodistancia al satélite. Pseudo ya que la sincronización perfecta es imposible, tanto para el reloj del satélite como para el reloj del receptor, respecto de una escala de tiempo que se denomina tiempo GPS. La diferencia observada está afectada por los errores del reloj del receptor, y además, por los errores que inducen la propagación a través de la troposfera y la ionosfera.



1.3.2.- Fase de la portadora.

Las medidas de fase son más precisas que las medidas de las pseudodistancias y se utilizan para obtener diferencias de posición con gran precisión tanto en las distancias cortas como en las largas. El observable fase es la diferencia de fase entre la portadora transmitida por el satélite y la réplica de esta onda generada por el receptor en una época t . La diferencia de fase sólo tiene sentido cuando se refiere a ondas de la misma frecuencia. Una vez comenzada la adquisición, se van contando el número entero de ciclos y fracción desde este instante, conocida la longitud de onda lo que se registra en realidad es la variación de la distancia receptor satélite desde este momento inicial. Queda un número indeterminado de ciclos para conocer la distancia real al satélite, esta cantidad se denomina ambigüedad inicial, depende de la combinación receptor satélite y de la época en que se inició la cuenta de ciclos. La ambigüedad inicial permanece constante mientras no se pierda el seguimiento del satélite por el receptor, lo que puede ocurrir por la interrupción de la recepción por un obstáculo, debilitamiento de la señal o

por un mal funcionamiento del programa del receptor. Estos saltos de la señal alteran el número entero de ciclos pero no a la parte fraccionaria si no se ha perdido la sincronización. Se han desarrollado diversas técnicas para recuperar estos saltos de ciclo. Las técnicas más rápidas son las que se utilizan en las aplicaciones en tiempo real tanto para determinar la ambigüedad y como para resolver los saltos de ciclo.

1.3.3.- Desplazamiento Doppler

1.4.- Determinación de la posición usando pseudodistancias.

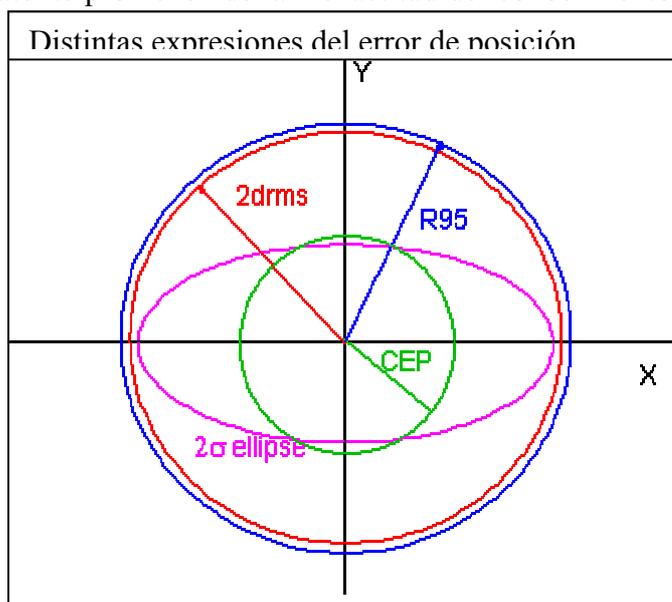
La determinación de la posición usando las pseudodistancias comporta los siguientes pasos:

- Recepción de las sucesiones de PRN de al menos cuatro satélites
- Cálculo de las correspondientes pseudodistancias
- Corrección de los valores anteriores por los retardos introducidos por la troposfera e ionosfera, diferencia entre el reloj de cada satélite y el tiempo GPS, efectos relativísticos, etc.
- Cálculo de la posición mediante ajuste de las observaciones y determinación del estado del reloj del receptor.

1.4.1.- Precisión de las medidas con pseudodistancias.

La precisión obtenida en el proceso anterior está condicionada por dos grupos de factores: el primero lo constituyen los errores en la medida de las pseudodistancias y el segundo la influencia de la posición relativa de los satélites y el receptor, es decir, la configuración geométrica.

Los errores en la determinación de las pseudodistancias correspondientes a cada satélite provienen de la inexactitud del conocimiento de las efemérides de cada satélite,

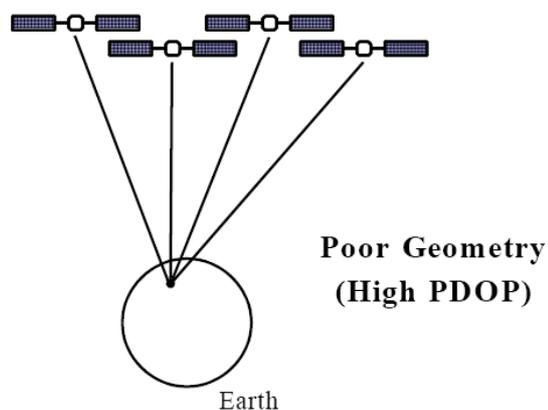
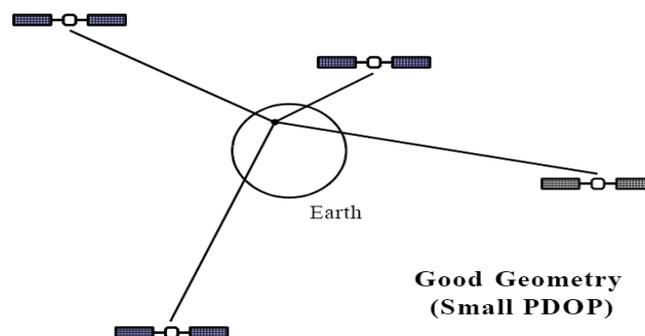
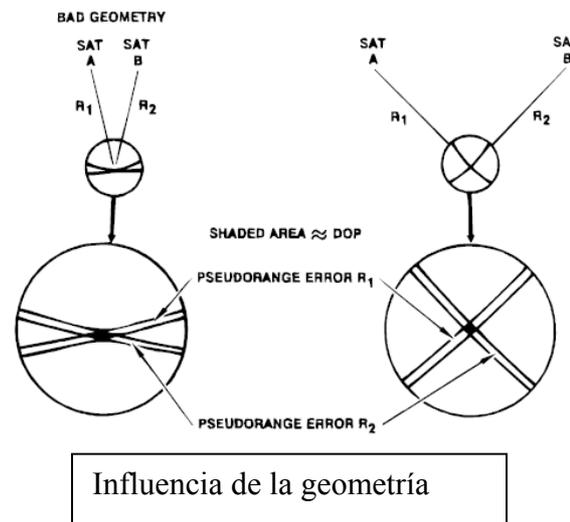


se opera con los valores transmitidos en el mensaje de navegación que son predicciones de la órbita, la estabilidad de los relojes, los errores de los modelos troposférico e ionosférico, los errores instrumentales, etc.

Los errores inducidos por la configuración geométrica de los satélites en el momento de la determinación de la posición se conocen con el nombre genérico de dilución de la precisión. (DOP = Dilution Of Precision). Son funciones simples de la diagonal

de la matriz covarianza resultante en el proceso de estimación mínimo cuadrática de las incógnitas de posición y del estado del reloj del receptor. Cuando los satélites están agrupados en un ángulo sólido muy pequeño o casi alineados se produce una mala configuración, lo que da como resultado valores grandes del DOP.

En general, valores entre 2 y 4 se consideran aceptables, (óptimo igual o menor que 3), mientras que los que son mayores de 4 se consideran malos. Se distinguen los siguientes tipos:



VDOP Vertical. Describe la influencia de la configuración en la altitud
 HDOP Horizontal. Influencia en la posición horizontal (Latitud y longitud)
 PDOP Posicionamiento. Combina los dos anteriores
 TDOP Tiempo
 GDOP Total.

1.5.- Posicionamiento relativo con fase.

El principal problema a resolver en el posicionamiento relativo con fase es la determinación de las ambigüedades iniciales, según el procedimiento utilizado se distingue entre métodos estáticos y cinemáticos.

1.5.1.- Método de observación estática.

Se observa continuamente durante un período de dos a tres horas en varias estaciones simultáneamente. Las líneas de base o vectores de posición relativa se obtienen de las observaciones de fase, la abundancia de observaciones permite determinar las ambigüedades. En Geodesia normalmente se utilizan equipos de doble frecuencia, pero si se emplea un equipo con una sola frecuencia el tiempo de ocupación debe ser mayor en cada estación. Para mejorar la precisión se observan varias sesiones de dos o tres horas, distanciadas en el tiempo, de manera que la configuración geométrica de las estaciones y satélites varíe sensiblemente.

1.5.2.- Métodos de observación cinemáticos.

En estos métodos una estación permanece fija, estación de referencia, y el otro receptor va ocupando sucesivamente los demás puntos del levantamiento manteniendo continuamente la sincronización con al menos cuatro satélites. Cuando se pierda la sincronización o se produzca un salto de ciclo hay que repetir el proceso de determinación de las ambigüedades.

Según la forma de determinación de las ambigüedades

1.5.2.1.- Cinemático OTF(Determinación On-The_Fly).

Se determinan las ambigüedades durante el movimiento del equipo sin ninguna inicialización estática previa. Es particularmente usado cuando el móvil no puede detenerse o cuando el coste de mantenerlo sincronizado es importante (Aplicaciones hidrográficas y vuelos fotogramétricos).

1.5.2.2 Cinemáticos con inicialización estática.

Se determinan las ambigüedades estacionando durante un período inicial de duración suficiente en un punto de coordenadas conocidas, en un punto del levantamiento durante un período más largo, sobre un par de puntos cuya posición relativa se conozca con precisión (base corta), obviamente uno de los puntos es la estación de referencia.

1.5.3.- Precisión de las medidas con fase.

La configuración geométrica influye sensiblemente en la precisión de los métodos de observación con fase sobretodo cuando los períodos de observación son cortos.

La componente vertical es la medida menos precisa debido a que es más sensible a los errores inducidos por el desconocimiento de lo que ocurre en la propagación a

través de la troposfera, aumentando la precisión con el número de satélites observados simultáneamente.

Se pueden obtener precisiones centimétricas cuando se dispone de efemérides precisas de los satélites, se calculan con diferencias de observaciones que eliminan, al menos teóricamente la influencia de los errores de los relojes, de la ionosfera y de la troposfera, hasta el extremo que en las distancias cortas estos últimos se cancelan no siendo necesarios receptores que utilicen las dos frecuencias, basta con los de una frecuencia.

1.6.- GPS y Navegación.

El arte de navegar ha evolucionado desde los más remotos orígenes a nuestros días donde se ha convertido en una Ciencia y una Tecnología que permite la operación rápida, segura y económica de toda clase de vehículos (barcos, aviones, ingenios espaciales, etc.).

Los primeros marinos desarrollaron métodos sistemáticos de observación y registro de su posición, de las distancias recorridas, de las direcciones que seguían, de la dirección dominante de los vientos y corrientes marinas así como de los peligros que arrostraban. Esta información recogida en sus diarios de a bordo (cuadernos de bitácora) les permitía un regreso seguro al puerto de partida. La acumulación de estas informaciones contribuyó al desarrollo del “Arte de Marear”. El equivalente en tierra del cuaderno de bitácora es el itinerario, con la diferencia de que el número de referencias en tierra es considerablemente mayor que en el mar, donde son abundantes en la navegación de cabotaje y reduciéndose a las astronómicas en alta mar.

El conocimiento preciso de la posición garantiza la seguridad de tráfico en las regiones donde hay un gran número de vehículos al mismo tiempo: entradas y salidas de puertos con mucha actividad, espacio aéreo europeo, etc., evitándose el riesgo de colisiones. La solución adoptada es la asignación por el control de tierra a los vehículos de rutas, distancias y altitudes de seguridad para evitar el riesgo. Con la precisión que actualmente se dispone (radar de tierra, etc.) estos márgenes de seguridad tienen que ser necesariamente muy amplios, lo que va en detrimento de la operatividad, con la consiguiente insatisfacción de la demanda actual de tráfico. Con un posicionamiento más preciso se puede satisfacer la demanda sin afectar a la seguridad.

El conocimiento preciso de la posición también optimiza la navegación en sus aspectos económicos. Una ruta más larga supone un mayor consumo de combustible, lo que implica una reducción de la capacidad de carga útil del vehículo y unos tiempos de recorrido mayores.

Para un observador situado en el vehículo la determinación de su posición sobre un mapa o una carta náutica se consigue cuando conoce:

Los rumbos a tres puntos identificados en la carta (Trisección inversa)

La distancia y el rumbo a un detalle (Radiación).

El acimut, la altura y la hora de observación de dos o tres estrellas bien identificadas.(Navegación astronómica).

Los dos primeros métodos se utilizan en la navegación terrestre y de cabotaje donde se dispone de un número suficiente de referencias terrestre y el último en la navegación de altura. Una **condición necesaria** para poder aplicar cualquiera de los dos métodos anteriores **es la visibilidad de las referencias** que, a su vez, depende de las **condiciones meteorológicas**.

RADIONAVEGACIÓN.

La aparición de la radio en el primer tercio del siglo XX permitió solventar el problema de la falta de visibilidad de las referencias. La señal recibida por una antena de cuadro es muy débil cuando el plano de la espira es perpendicular a la dirección de propagación de la onda electromagnética. Si el receptor se sintoniza con la frecuencia de una estación transmisora, de posición conocida, que emite en una dirección determinada y se gira la antena de cuadro hasta obtener la mínima señal, tenemos determinado el rumbo de la estación. Procediendo análogamente con una segunda estación emisora o radiofaro, la posición queda determinada. Este sistema de determinación de direcciones entró en operación hacia 1921, colocándose un número suficiente de radiofaros en la costa de manera que prestaran servicio a las principales rutas marítimas y a las entradas en los puertos. Los comienzos de la aviación comercial y de guerra hizo necesario un sistema similar tierra adentro.

En condiciones ideales un buen radiocompás (nombre con el que se conoce el dispositivo) proporciona la dirección con una incertidumbre de 1° o 2°. Esta incertidumbre aumenta si la dirección de la onda emitida se altera por refracción en la troposfera o en la ionosfera.

Para la aviación se estableció un sistema enteramente diferente, el VOR ([very-high-frequency omnidirectional radio range](#)). En cada estación una antena emite ondas cuya intensidad es la misma en todas las direcciones. Una segunda antena rotatoria emite un haz muy estrecho que se encuentra en fase con el de la primera antena cuando la dirección de emisión es el norte. Un receptor colocado en el avión mide esta diferencia de fase y determina la dirección del radiofaro.

En los sistemas de aterrizaje instrumental, ILS ([instrument landing system](#)) se utilizan longitudes de ondas menores y grandes antenas (del orden de 30 metros) lo que permiten haces muy estrechos (unos cuantos grados). Los dos haces apuntan prácticamente en la misma dirección, el eje de la pista; una vez que el avión entra en el rayo, el instrumento mide el desplazamiento angular respecto al eje de pista y esta información se muestra en una pantalla o se pasa al sistema de guiado automático. Este sistema permite el aterrizaje con visibilidad cero. Además se utilizan dos haces, aún más estrechos, que guían al avión en la dirección vertical hacia el punto de contacto con el suelo. Los fenómenos de interferencias de los tres haces primarios con las ondas reflejadas por las colinas, edificios y otros aviones impiden disminuir las longitudes de ondas empleadas al orden del metro. Las microondas son una alternativa, entre ellas el GPS con la adición de **pseudosatélites** en tierra que aumenten la resolución y fiabilidad

del sistema a los valores requeridos por la Organización Internacional de Aviación Civil.

Las medidas precisas de los intervalos de tiempo junto con las señales de radio hicieron posible la medida de distancias a emisores-receptores de posición conocida. La posibilidad de medir distancias usando ondas electromagnéticas se incorporó rápidamente a las ayudas a la navegación aérea y marítima, en forma de los sistemas DME.

Un avión dotado con DME ([distance-measuring equipment](#)) transmite un pulso en una de las 126 frecuencias asignadas, cuando el pulso llega a la estación servidora del DME en tierra, esta lo retransmite en una frecuencia diferente cincuenta microsegundos después, midiendo el intervalo de tiempo entre la emisión y la recepción con un reloj que aprecie unos cuantos nanosegundos se tiene la distancia.

La posición del avión puede determinarse con la combinación de la dirección, dada por el VOR y de la distancia obtenida del DME, cuando ambas antenas coinciden en el mismo lugar. En las cartas aeronáuticas se reflejan la situación de estas ayudas a la navegación como VOR y VOR/DME.

En octubre de 1940 el National Defense Research Council (Washington D.C.) sugirió la posibilidad de un sistema de navegación hiperbólica, desarrollado por el MIT's Radiation Laboratory, el LORAN. Las primeras estaciones se desplegaron en el Atlántico Norte y sirvieron para guiar a los comboyes aliados durante la Segunda Guerra Mundial. El primitivo sistema LORAN fue sustituido al terminar la contienda por el sistema Omega, menos preciso pero que requería un número menor de estaciones en tierra.

NAVEGACIÓN USANDO SATÉLITES ARTIFICIALES.

El 4 de octubre de 1957 la Unión Soviética lanza al espacio el primer satélite artificial, el SPUTNIK-I. Poco después del lanzamiento el Laboratorio de Física Aplicada de la Universidad John Hopkinds demostró que los parámetros de la órbita del Sputnik podían determinarse solamente con las medidas del desplazamiento doppler de la señal recibida del transmisor situado en el satélite. Si se conocen los parámetros orbitales, las mismas medidas permiten determinar la posición del receptor. Comienza la era de la navegación doppler en su aspecto teórico.

En 1959 los EEUU lanzan el primer satélite de navegación basado en el efecto doppler, el TRANSIT-1 A que no llega a ponerse en órbita por un fallo del sistema. En 1960 se logra poner en órbita el TRANSIT 1 B , basado en el mismo principio que el anterior y con la finalidad de proporcionar un método de posicionamiento preciso a los submarinos nucleares balísticos y otras naves de superficie de la US Navy.

El Sistema de Navegación TRANSIT se declara operativo en 1962 para uso exclusivo de las fuerzas armadas de los EEUU, posteriormente se permitió el uso civil y ha estado operativo hasta el 31 de diciembre de 1996.

En 1967 se pone en órbita el primer satélite soviético de navegación doppler, TSYKLON (Cosmos 192).

En 1973 los distintos organismos militares (las Fuerzas Aéreas, el Ejército, la Marina, el Cuerpo de Marines y la DMA (Defense Mapping Agency) de EEUU coordinan sus esfuerzos para poner en órbita en sistema de navegación por satélite que permitiese un posicionamiento rápido y preciso en cualquier lugar de la Tierra las 24 horas del día, en cualquier condición meteorológica y que además proporcionase información de velocidad y tiempo. Con personal de todas estas organizaciones se formó el cuadro inicial de lo que se denominó GPS Joint Program Office, posteriormente se incorporó también personal procedente de nueve naciones de la OTAN.

Los equipos receptores deberían ser pasivos, para evitar la detección por el enemigo, ligeros hasta el extremo de ser usado desde un soldado de infantería a un avión de combate, y resistentes a las interferencias. Tal sistema se denominó NAVSTAR (GPS).

En 1978 ya hay cuatro satélites NAVSTAR en órbita, son los primeros del Bloque I para llevar a cabo las primeras pruebas del sistema, como paso previo al despliegue de los 24 satélites que garantizarían la total operatividad.

En la URSS se inicia un programa paralelo denominado GLONASS que en 1982 pone en órbita su primer satélite (Cosmos 1414).

En 1983 el Departamento de Defensa (USA) anuncia un cambio en la política de seguridad del GPS. El sistema de posicionamiento SPS(Standard Position Service) se libera para los usos civiles y se degradará de manera que el error máximo horizontal pueda alcanzar hasta 100m con una probabilidad del 95%. El PSP (Precise Positioning Service) se reserva para usos militares. Esta medida se pondrá en práctica en 1990 cuando ya hay un número suficiente de satélites del Bloque II, introduciendo lo que se conoce como disponibilidad selectiva.

El primer satélite equipado con un receptor GPS es el satélite de observación marina TOPEX/Poseidon (1992) lo que permite determinar su posición respecto del centro de masa de la Tierra y a partir de esta la altitud de la superficie marina.

El Departamento de Transporte(USA) anuncia la incorporación de dos nuevas frecuencias para usos civiles, la primera de ellas (L5) se espera que estará operativa el año 2005.

El 1 de mayo del 2000 la Oficina de Prensa de la Casa Blanca anuncia el cese de la disponibilidad selectiva, restituyendo a los usuarios civiles toda la precisión del SPS; del orden de los 10m en posicionamiento horizontal.

La Comunidad Económica Europea tiene diseñado un sistema análogo de posicionamiento para usos civiles cuya aprobación definitiva se encuentra en los últimos tramites (2002).

1.7.- GPS y Geodesia.

El sistema constituye hoy la principal herramienta de la Geodesia, debido a las mejoras en las técnicas de observación (receptores), del tratamiento de los datos (programas), la disponibilidad y acceso económico a los receptores, las posibilidades de observación en casi todas las condiciones meteorológicas, la portabilidad de los equipos de observación y los beneficios de una intensa cooperación internacional que siempre caracterizó a la Geodesia global.

Los primeros ensayos de proceso de la fase de la portadora se llevaron a cabo al principio de los años 80, los equipos capaces de registrar la fase de la portadora se denominaron equipos geodésicos. El observable fundamental es el número de ciclos desde la época en que se inicia la cuenta. La diferencia entre dos de estas cuentas representa la diferencia de distancia (expresada en longitudes de onda) entre las posiciones del satélite y el receptor. La distancia receptor – satélite puede calcularse si se conoce en la época inicial el número exacto de longitudes de onda, este valor desconocido se denomina ambigüedad. La determinación de estas ambigüedades, una para cada satélite y receptor, es el principal problema del GPS Geodésico.

El GPS Geodésico inicialmente se diferencia de las aplicaciones de Navegación, en el caso de las **observaciones estáticas**, en:

- En los puntos observados para obtener sus coordenadas el receptor permanece estacionario.
- Las observaciones se desarrollan en diferentes periodos que pueden ser de horas o días denominados sesiones de observación.
- Se calcula el vector de posición de cada estación, no respecto al centro del elipsoide WGS-84 (posición absoluta), sino respecto de uno más puntos de coordenadas conocidas. Se trata de un posicionamiento relativo.
- El observable es la fase de la portadora en una o en las dos frecuencias.
- Los resultados no se obtienen en tiempo real.

Desde los años 80 esta técnica se ha usado para establecer redes geodésicas de control siendo hoy impensable volver a las técnicas tradicionales ya que el GPS elimina la necesidad de la intervisibilidad de los puntos, que junto con los económicos, era uno de los mayores condicionantes de Geodesia Clásica (Triangulaciones, Trilateraciones...). Un factor que inicialmente limitó la extensión de este método de observación a los levantamientos topográficos para usos cartográficos y de grandes obras de ingeniería civil, era la necesidad de largas sesiones de observación que podían llegar a ser de varios días en el caso de las redes continentales. Si la productividad se mide por el número de puntos a los que se asignan coordenadas, puede afirmarse que en esa época era muy baja. A todo esto había que añadir el elevado coste del equipamiento de observación y cálculo, de la formación del personal, etc.

A partir de los años 90 los fabricantes de equipos introdujeron notables mejoras en los equipos y programas de cálculo que permiten determinar las ambigüedades en cortos periodos de tiempo. Hoy es posible realizar medidas de fase mientras uno de los receptores está en movimiento. Estas medidas se denominan cinemáticas y han permitido mejorar la productividad, en el sentido arriba indicado, extendiendo las

aplicaciones del GPS geodésico desde el catastro hasta la ingeniería civil con precisiones centimétricas.

La técnica de "stop & go" permite reducir el tiempo de ocupación de las estaciones (Remondi, 1988). Requiere resolver las ambigüedades en un corto período al comenzar las observaciones y, una vez calculadas, iniciar el movimiento. Los valores iniciales de las ambigüedades serán válidos mientras no se pierda la sintonización de los satélites. Habrá que volver al último punto válido cuando la pérdida de seguimiento se produzca en uno o más satélites.

Otra técnica conocida como "rapid static" está basada en las substanciales mejoras de los algoritmos de determinación de ambigüedades. Desde el punto de vista operativo no hay diferencias con el método de observaciones estáticas, solo que ahora los tiempos de ocupación de cada estación varían de 5 a 15 minutos. La limitación mayor para usos geodésicos es que la estación de referencia y el receptor no pueden estar separados más allá de 10 o 15 Kilómetros, lo que no supone restricción alguna para la mayoría de los trabajos de ingeniería.

Combinado las medidas precisas del código P en las dos señales L1 y L2 con las correspondientes medidas de fase es posible la determinación de ambigüedades mientras el receptor se está moviendo. Esta técnica denominada "on the fly", OTF, reservada a los receptores de alta gama (caros, muy caros!) dotados de comunicación con la estación de referencia permite la realización competitiva de trabajos de ingeniería cuando el tiempo es un factor crítico: control de máquinas de movimiento de tierras, robots, agricultura de precisión.

No hay técnica que no tenga sus limitaciones, las precisiones centimétricas no pueden mantenerse cuando se ha perdido la sintonización (obstáculos, arboleda, calles estrechas -cañones urbanos en la jerga-, etc..) y no se recuperan hasta que las ambigüedades se han vuelto a determinar. Durante el proceso los saltos que se producen en la cuenta de ciclos son otro factor limitante.

1.8.- Aplicaciones militares.

Aunque el uso militar del GPS ya se había probado al final de los años 80 durante la invasión de Panamá por el ejército norteamericano (1989), su auténtica prueba operacional tuvo lugar durante la primera Guerra del Golfo en 1990-91. Permitió la utilización de proyectiles guiados hasta el blanco y el posicionamiento de las diferentes unidades militares en un terreno sin prácticamente referencias topográficas como el desierto de Kuwait.

Cuando estalló la crisis, en Agosto de 1990, sólo había 14 satélites en órbita. En un tiempo record se lanzaron y entraron en operación dos satélites más, de manera que cuando empezaron las operaciones terrestres había ya 16 satélites. Con esta cobertura de satélites sólo fue posible disponer de un posicionamiento continuo en dos dimensiones, no siempre había cuatro satélites sobre el teatro de operaciones, y un posicionamiento tridimensional de modo intermitente.

Existen cifras publicadas sobre el número de receptores con tecnología militar disponibles en ese momento que aseguran que no pasaban de los cuatro mil, esto hizo que las autoridades militares USA recurrieran a la compra masiva de receptores para uso civil. Irónicamente, los defensores de la disponibilidad selectiva para usos civiles tuvieron que desactivar esta para poder utilizar los receptores comerciales durante la primera guerra en la que se hizo un uso masivo del GPS. No hay noticias de que el ejército irakí utilizara esta circunstancia.

Usando las coordenadas del blanco, adquiridas en tiempo real ó conocidas de antemano, se cargan en el proyectil, y se lanza este. A partir del conocimiento de sus coordenadas actuales y de las del blanco, el sistema de navegación del proyectil dirige este hacia el blanco, independiente de las condiciones meteorológicas tanto de día como de noche. Cuando la velocidad del proyectil es elevada, la frecuencia con la que se adquieren las posiciones GPS puede no ser suficiente para que el proceso anterior tenga éxito con sólo el GPS (mucho más barato), siendo necesario un sistema inercial convencional de guiado. Las posiciones GPS se utilizan para fijar la deriva de este. Los proyectiles guiados por GPS se utilizaron durante los bombardeos de los Balcanes en 1999 y durante la guerra de Afganistán en 2001-2002. Una de las ventajas del sistema de guiado por GPS es su precio, muy inferior al de los otros sistemas.

En el terreno de la seguridad de la aviación militar, la USAF y la Navy han desarrollado un sistema de aproximación y control de aterrizaje, compatible con el sistema civil análogo, denominado JPALS ("Joint Precision Approach & Landing System").

Como parte de la llamada "guerra electrónica" se empieza a desarrollar lo que se ha venido en llamar "guerra de navegación": un conjunto de señuelos, interferencias, etc para usar el sistema GPS en beneficio propio y denegárselo al enemigo.

1.9.- Gestión de flotas de vehículos

La falta de información de lo que puede estar ocurriendo en los próximos kilómetros a recorrer en su ruta, la imposibilidad de elección de itinerarios alternativos en el caso de atascos, cortes de tráfico, etc., suponen retrasos en las entregas de mercancías, aumento del gasto de combustibles, etc. Las pérdidas anuales por retrasos en las entregas suponen millones de euros en la economía de un país y disminuye la credibilidad del sistema de transporte. El desconocimiento de la situación real de los vehículos da lugar a una gestión ineficiente de los recursos humanos y materiales.

La introducción de sistema inteligente de gestión de flotas es una necesidad que se ha impuesto en las últimas décadas. Tal sistema beneficia en primer lugar a los conductores manteniéndolos informados y facilitándoles rutas alternativas cuando sea necesario, a los gestores de las empresas les permite una asignación óptima de los recursos, a los usuarios garantizándoles las entregas y , en general, permite aminorar las pérdidas que implica un sistema de transporte ineficiente. Gracias al desarrollo actual de las comunicaciones móviles y del sistema de posicionamiento global GPS, es posible establecer un sistema inteligente de gestión de flotas.

Según el tipo de flotas y los objetivos a cumplir variarán los requerimientos del sistema:

Autobuses urbanos.

Precisión (2D 95%) 15 a 60 m

Frecuencia de los mensajes <1 minuto

Objetivos Cumplimiento de los horarios.

Autobuses interurbanos.

Precisión (2D 95%) 65 a 100 m

Frecuencia de los mensajes <10 minuto

Objetivos Cumplimiento de los horarios.
 Garantizar la interconexión de líneas
 Prevenir la incorporación o retirada de vehículos según la
 afluencia de viajeros en un determinado trayecto.

Taxis

Precisión (2D 95%) 15 a 60 m

Frecuencia de los mensajes <1 minuto

Objetivos Optimizar el servicio desde el punto de vista del viajero
 (se envía el vehículo libre más próximo, sin necesidad de
 consultar con los conductores, lo que evita sobrecargar la
 red de comunicaciones).
 Garantizar la máxima ocupación de los vehículos.

Ambulancias, Policía y Bomberos.

Precisión (2D 95%) 10 a 20 m

Frecuencia de los mensajes <1 minuto

Objetivos Respuesta rápida a las emergencias.

 Optimización de recursos.

Compañías de Servicios.

Precisión (2D 95%) 15 a 60 m

Frecuencia de los mensajes 5 a 10 minutos

Objetivos Respuesta rápida a las emergencias y reparaciones.

Trenes.

Precisión lineal < 100 m

Frecuencia de los mensajes 1 a 15 minutos

Objetivos Cumplimiento de los horarios.

Transporte de mercancías.

Precisión (2D 95%) 50 a 100 m

Frecuencia de los mensajes 15 minutos

Objetivos Optimización de rutas.

Asignación de cargas y descargas.

Logística: Almacenes rodantes.

Precisión (2D 95%) 50 a 100 m

Frecuencia de los mensajes 1- 15 minutos

Objetivos Los repuestos particularmente caros y que se utilizan con poca frecuencia en determinadas actividades suponen un coste de inmovilización elevado. Si se almacenan en una serie de vehículos que recorren una determinada ruta, convenientemente dividida en tramos en donde se coloca un solo vehículo, los intercambios entre los vehículos entre sí, y con los centros de servicios (talleres) garantizan una optimización de recursos (tiempo de respuesta y coste), siempre que los costes de tal sistema sea menor que el coste de inmovilización.

2.- Determinación de la posición del satélite en su órbita.

2.1.- Órbita kepleriana.

2.1.1.- Dinámica del movimiento de un satélite.

En 1687 Newton publicó: “Philosophiae naturalis principia matemática”. En esta obra enunció las leyes de la mecánica y de la gravitación universal, demostrando que las leyes de Kepler eran una consecuencia de las anteriores.

Leonard Euler, en 1749, fue el primero en expresar estas leyes en las ecuaciones diferenciales del movimiento, que se conocen como ecuaciones de Euler-Newton.

La determinación de la órbita de un satélite artificial que se desplaza alrededor de la Tierra, puede abordarse, en primera aproximación, como un caso particular de un problema de mecánica celeste más general: el problema de los dos cuerpos.

2.1.2.- El problema de los dos cuerpos

Dados dos puntos materiales de masas m y m' , situados a una distancia r y que se atraen según la ley de gravitación universal:

$$F = -\frac{Gmm'}{r^2} \quad G \text{ constante de gravitación universal}$$

encontrar la trayectoria que sigue en su movimiento un cuerpo respecto del otro.

Hipótesis para obtener la primera aproximación (órbita kepleriana)

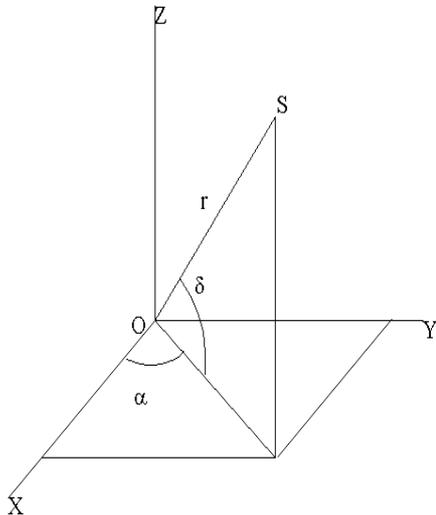
1.- **Se asimila la Tierra a un punto material.** Considerando la Tierra esférica, el potencial gravitatorio creado por un cuerpo con simetría esférica es equivalente al potencial creado por un punto material situado en su centro con una masa igual a la masa del cuerpo. El potencial real se diferencia del creado por un punto material ($1/r$) en menos de una milésima del término principal.

2.- **El centro de masas del sistema Tierra-Satélite coincide con centro de masas de la Tierra.** Si m es la masa de la Tierra y m' la del satélite. La m' es despreciable respecto a m .

3.- **Se adoptará un sistema de referencia inercial fijo con la Tierra**

4.- **Sobre el satélite sólo actúa la fuerza de gravitación ejercida por la Tierra.**

Se considera el siguiente sistema de ejes coordenados con origen O en el centro de masas de la Tierra. Eje OX , en la dirección del equinoccio medio. Eje OZ , en la dirección del eje de rotación medio. Eje OY , formando con los dos anteriores un triedro trirectángulo con orientación positiva.



α ascensión recta del satélite.
 δ declinación del satélite.

$$\gamma = \frac{F}{m} = -\frac{Gm}{r^2} = -\frac{\mu}{r^2}$$

$$\mu = Gm$$

$$\mu = 398.600415 * 10^{12} m^3 s^{-2}$$

constante geocéntrica de gravitación.

2.1.3.- Ecuaciones del movimiento en el sistema XYZ.

Vector de posición \mathbf{r} Cosenos directores de $\mathbf{r} = \left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}\right)$

$$x = r \cdot \cos \delta \cdot \cos \alpha \qquad y = r \cdot \cos \delta \cdot \sin \alpha \qquad z = r \cdot \sin \delta$$

Ecuación vectorial
$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mu \mathbf{r}}{r^3}$$

Ecuaciones paramétricas

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{\mu x}{r^3} \qquad \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{\mu y}{r^3} \qquad \frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{\mu z}{r^3}$$

Integración de las ecuaciones del movimiento

Se trata de un **movimiento plano**. Aplicando el teorema del momento cinético (*La derivada respecto al tiempo del momento cinético de un punto material, respecto a un punto o eje cualquiera del espacio, es igual al momento, respecto del mismo punto o eje, de la resultante de todas las fuerzas aplicadas al punto material*), si σ es el momento cinético respecto del origen, se verifica

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} = 0$$

como la fuerza aplicada pasa por el origen (fuerza central), su momento respecto a él es nulo. Luego

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \qquad \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{C}$$

Los vectores de posición \mathbf{r} y velocidad $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$ son perpendiculares siempre a un vector constante \mathbf{C} , **por tanto, la órbita está contenida en un plano perpendicular a \mathbf{C} .**

Al mismo resultado se llega multiplicando vectorialmente la ecuación del movimiento:

$$\mathbf{r} \times \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mu\mathbf{r} \times \mathbf{r}}{r^3} = \mathbf{0} \qquad \mathbf{r} \times \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) = \mathbf{0} \qquad \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{C}$$

Si en lugar de utilizar la formulación vectorial, utilizamos la clásica (ecuaciones paramétricas) :

$$z \frac{d^2x}{dt^2} - x \frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{\mu x z}{r^3} + \frac{\mu x z}{r^3} = 0$$

$$y \frac{d^2z}{dt^2} - z \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\mu y z}{r^3} + \frac{\mu y z}{r^3} = 0$$

$$x \frac{d^2y}{dt^2} - y \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\mu x y}{r^3} + \frac{\mu x y}{r^3} = 0$$

$$z \frac{d^2x}{dt^2} - x \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} \right) = 0 \qquad z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} = A$$

$$y \frac{d^2z}{dt^2} - z \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} \right) = 0 \qquad y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt} = B$$

$$x \frac{d^2y}{dt^2} - y \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} \right) = 0 \qquad x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} = C$$

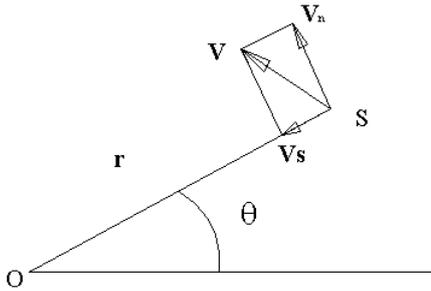
resulta

$$Ay + Bx + Cz = 0$$

El móvil se encuentra siempre en un plano fijo que contiene al origen de coordenadas.

2.1.4.- Ecuaciones polares en el plano de la órbita.

Consideremos un sistema de coordenadas polares en el plano de la órbita. El polo es el origen de coordenadas del sistema tridimensional y el eje polar una dirección arbitraria en el plano de la órbita.



La velocidad \mathbf{V} del satélite se descompone en una componente radial \mathbf{V}_s y una componente normal al radio vector \mathbf{r} , \mathbf{V}_n .

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_s + \mathbf{V}_n$$

$$|\mathbf{V}_s| = \frac{dr}{dt}$$

$$|\mathbf{V}_n| = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$C = \left| \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| = |\mathbf{r} \times \mathbf{V}| = |\mathbf{r} \times (\mathbf{V}_s + \mathbf{V}_n)| = |\mathbf{r} \times \mathbf{V}_n| = r^2 \frac{d\theta}{dt}$$

El área descrita dA por el radio vector \mathbf{r} en el intervalo dt es

$$dA = \frac{1}{2} r r d\theta = \frac{1}{2} r^2 d\theta \quad \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} C$$

la velocidad areolar es constante. Resulta la segunda ley de Kepler:

Las áreas descritas por el radio vector son proporcionales a los tiempos empleados en describirlas.

Aplicando el Teorema de las fuerzas vivas:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m' V^2 \right) - m' \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{V} = \boldsymbol{\gamma} \cdot (\mathbf{V}_s + \mathbf{V}_n) = \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{V}_s = -\frac{\mu}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt} \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m' V^2 \right) + m' \frac{\mu}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt} = 0$$

Integrando:

$$\frac{1}{2}m'V^2 + m'\mu \int \frac{dr}{r^2} = cte. \quad \frac{1}{2}m'V^2 - m'\mu \frac{1}{r} = cte.$$

$$V^2 - \frac{2\mu}{r} = \frac{2.cte}{m'} = h \quad h \text{ constante}$$

y teniendo en cuenta que:

$$V^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{dr^2 + r^2.d\theta^2}{dt^2} \quad dt^2 = r^4 d\theta^2 / C^2$$

resulta la ecuación diferencial de la trayectoria:

$$\frac{C^2(dr^2 + r^2 d\theta^2)}{r^4 d\theta^2} - \frac{2\mu}{r} = h \quad \frac{1}{r^4} \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + \frac{1}{r^2} - \frac{2\mu}{rC^2} - \frac{h}{C^2} = 0$$

Efectuando el cambio de variable:

$$w = \frac{1}{r} - \frac{\mu}{C^2} \quad \frac{dw}{d\theta} = -\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta} \quad \left(\frac{dw}{d\theta}\right)^2 = \frac{1}{r^4} \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2$$

$$\frac{1}{r^4} \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + \frac{1}{r^2} - \frac{2\mu}{rC^2} + \frac{\mu^2}{C^4} - \frac{\mu^2}{C^4} - \frac{h}{C^2} = 0$$

$$\left(\frac{dw}{d\theta}\right)^2 + w^2 - \left(\frac{\mu^2}{C^4} + \frac{h}{C^2}\right) = 0$$

se obtiene una ecuación diferencial de variables separadas:

$$\frac{dw}{d\theta} = \sqrt{\left(\frac{\mu^2}{C^4} + \frac{h}{C^2} - w^2\right)} \quad d\theta = \frac{dw}{\sqrt{\left(\frac{\mu^2}{C^4} + \frac{h}{C^2} - w^2\right)}}$$

$$\theta - \theta_0 = \arccos \frac{w}{\sqrt{\left(\frac{\mu^2}{C^4} + \frac{h}{C^2}\right)}} \quad \cos(\theta - \theta_0) = \frac{w}{\sqrt{\left(\frac{\mu^2}{C^4} + \frac{h}{C^2}\right)}}$$

$$w = \frac{1}{r} - \frac{\mu}{C^2} = \left(\sqrt{\frac{\mu^2}{C^4} + \frac{h}{C^2}}\right) \cos(\theta - \theta_0)$$

$$p = \frac{C^2}{\mu} \quad e = \sqrt{1 + \left(\frac{C^2 h}{\mu^2}\right)} = \sqrt{1 + \frac{hp}{\mu}} \quad v = \theta - \theta_0$$

Tomando θ_0 en la dirección del perigeo, resulta la ecuación de una cónica en coordenadas polares:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos v}$$

$e < 1$ *Elipse*

$e = 1$ *Parábola*

$e > 1$ *Hipérbola*

$e = 0$ *Circunferencia*

Como en el caso de los satélites y de los planetas $h < 0$, resulta la primera ley de Kepler:

Los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, ocupando este uno de los focos de la elipse.

Cálculo de la constante h de la ecuación de las fuerzas vivas.

$$V^2 - \frac{2\mu}{r} = \frac{2.cte}{m'} = h \quad \text{De la ecuación de la elipse } p = a(1-e^2) \text{ y de}$$

$$e = \sqrt{1 + \left(\frac{C^2 h}{\mu^2}\right)} = \sqrt{1 + \frac{hp}{\mu}}, \text{ resulta } h = \mu(e^2 - 1)/p$$

$h = -\mu/a$ con lo que la ecuación de las fuerzas vivas adopta la forma

$$V^2 = \frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a} = \mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

2.1.5.- Relación entre las coordenadas y el tiempo.

La constante de las áreas C, con el cambio de variables efectuado, se escribe:

$$C = r^2 \frac{d\theta}{dt} = r^2 \frac{dv}{dt}$$

Si T es el período de la órbita, integrando entre 0 y T:

$$\int_0^T C dt = \int_v^{v+2\pi} r^2 dv = 2\pi a^2 \sqrt{1-e^2} = 2\pi ab$$

a es el semieje mayor de la elipse,

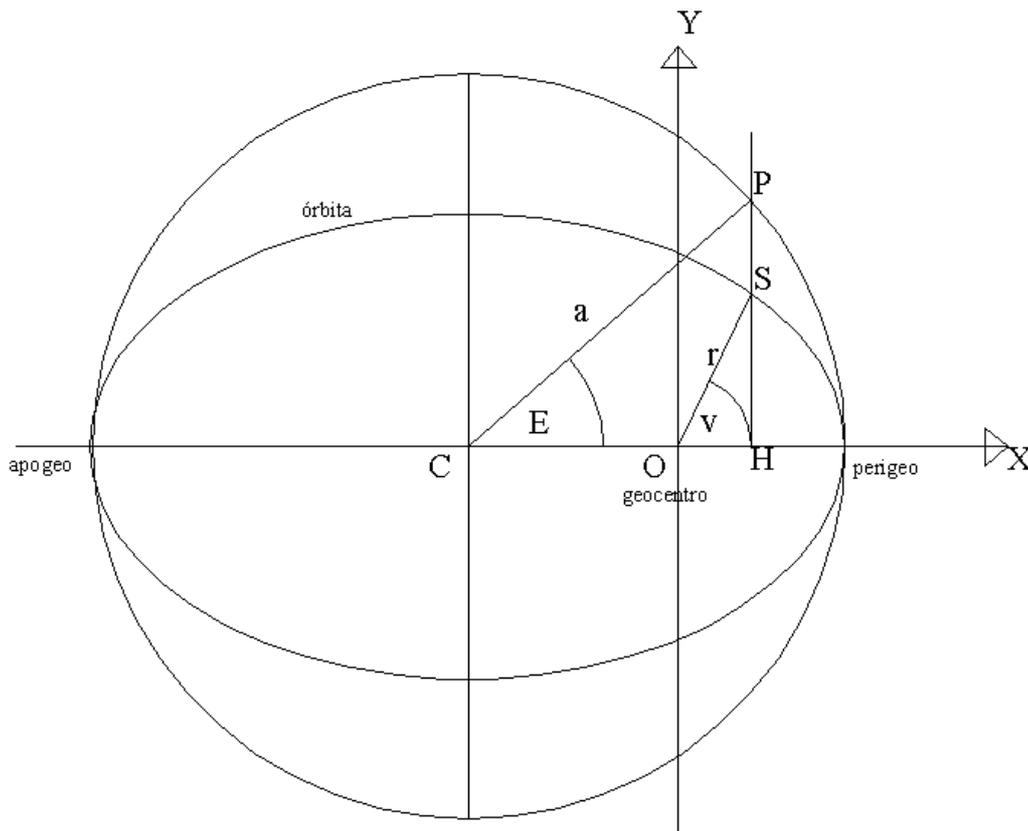
$$CT = 2\pi a^2 \sqrt{1-e^2} \quad C^2 = \frac{4\pi^2 a^4 (1-e^2)}{T^2} \quad C^2 = p\mu = a(1-e^2)\mu$$

$$\mu = 4\pi^2 \frac{a^3}{T^2}$$

Resulta la tercera Ley de Kepler:

El cuadrado del período de revolución es inversamente proporcional al cubo del semieje mayor de la órbita.

2.1.6.- Ecuaciones cartesianas en el plano de la órbita.



Consideramos un sistema cartesiano cuyo origen O coincide con el centro de masas de la Tierra, situado en un foco de la elipse orbital. El eje OX en la dirección del perigeo, (punto más próximo a la Tierra de la órbita del satélite). El eje OY perpendicular al anterior. Sean:

- a semieje mayor de la elipse
- b semieje menor de la elipse
- C centro de simetría de la elipse y centro de la circunferencia de radio a afín con la elipse.
- e excentricidad de la elipse
- r radio vector del satélite S
- P punto homólogo de S en la afinidad
- v ángulo polar, que en astronomía se denomina **anomalía verdadera**

E ángulo descrito por el punto homólogo P de S en la afinidad, **anomalía excéntrica**

Se verifica:

$$HS = (b/a) HP \quad e^2 = (a^2 - b^2)/a^2$$

Resultan las ecuaciones cartesianas en función de la anomalía verdadera:

$$\boxed{OH = x = r \cos v \quad HS = y = r \operatorname{sen} v}$$

Ecuaciones cartesianas en el plano de la órbita en función de la anomalía excéntrica

Teniendo en cuenta que $CO = ae$ y

$$HP = a \operatorname{sen} E \quad CH = a \cos E \quad \frac{b}{a} = \sqrt{1 - e^2}$$

$$\boxed{x = OH = a (\cos E - e) \quad y = HS = a \sqrt{1 - e^2} \operatorname{sen} E}$$

Relación entre las anomalías verdadera y excéntrica

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad r = a (1 - e \cos E) \quad \operatorname{sen} v = \frac{\sqrt{1 - e^2} \operatorname{sen} E}{1 - e \cos E} \quad \cos v = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}$$

$$\boxed{\tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1 + e}{1 - e}} \tan \frac{E}{2}}$$

2.1.7.- Movimiento medio y anomalía media. Ecuación de Kepler.

Se denomina movimiento medio $n = \frac{2\pi}{T}$, se verifica $n^2 a^3 = \mu$

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

Si t_0 es la época de paso por el perigeo, se define la anomalía media como

$$M(t) = n (t - t_0)$$

La anomalía media M se relaciona con la excéntrica E por medio de la **ecuación de Kepler**:

$$\boxed{M = E - e \operatorname{sen} E}$$

La constante de las áreas C se puede escribir

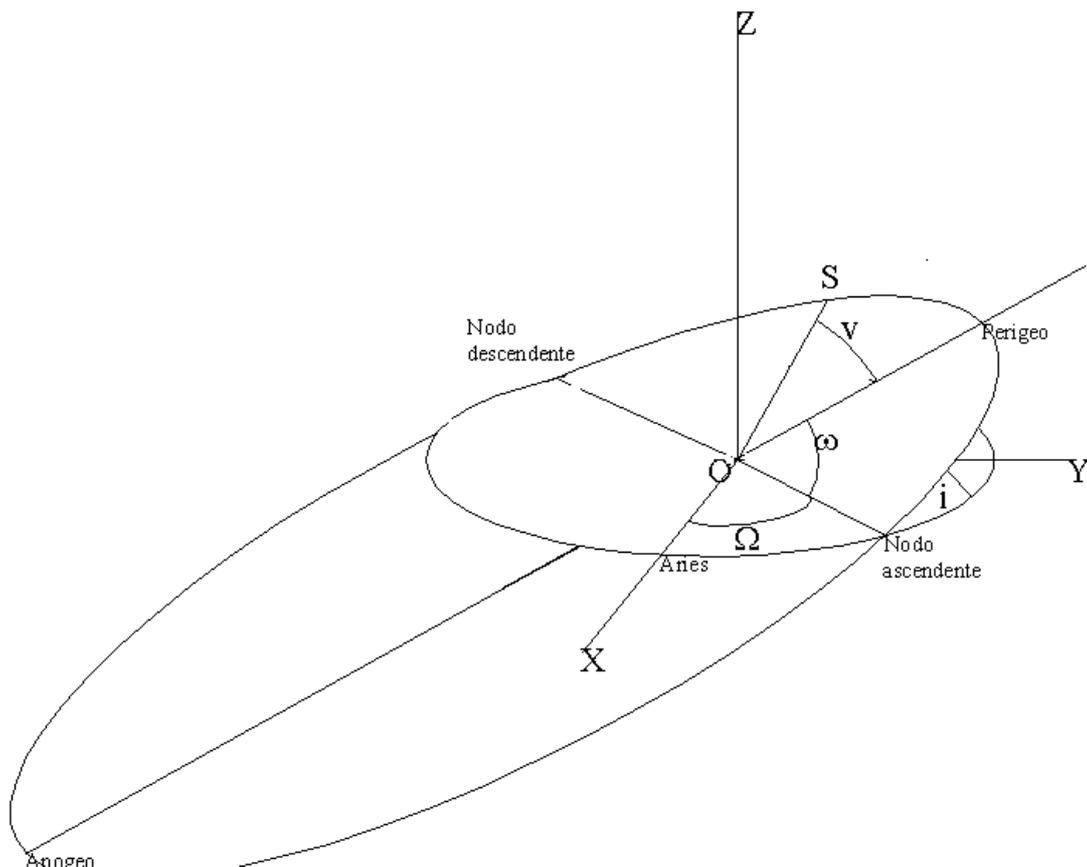
$$C = \sqrt{\mu p} = \sqrt{\mu a(1-e^2)} = \sqrt{n^2 a^3 (1-e^2)} = na^2 \sqrt{1-e^2}$$

El área barrida por S es $A_s = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t C dt = \frac{1}{2} na^2 \sqrt{1-e^2} (t-t_0) = \frac{1}{2} a^2 \sqrt{1-e^2} M$

El área barrida por P es $A_p = \frac{1}{2} a^2 E - \frac{1}{2} a^2 e \cdot \text{sen} E = \frac{1}{2} a^2 (E - e \cdot \text{sen} E)$

Como $A_s = \sqrt{1-e^2} A_p$, resulta la ecuación de Kepler.

2.1.8.- Órbita en el sistema tridimensional



La elipse orbital corta al plano de *ecuador*, OXY, según una línea que se denomina de línea de los nodos. El *nodo ascendente* es el punto donde el satélite S pasa del hemisferio sur al norte. El otro extremo se denomina *nodo descendente*. La posición del satélite en el espacio queda determinada por seis parámetros:

$$[\Omega, i, \omega, a, e, t_0]$$

que se denominan parámetros de la órbita kepleriana.

Ω es la ascensión recta del nodo ascendente

i es la inclinación del plano de la órbita respecto al ecuador

ω es el argumento del perigeo que fija la línea de los ápsides en el plano de la órbita

- a es el semieje mayor de la elipse orbital
- e es la excentricidad de la órbita
- t_0 es la época de paso por el perigeo.

Efectuando tres giros

$R_z(-\Omega)$ Hace coincidir la línea de los nodos con OX

$R_x(-i)$ Actuando sobre el sistema girado anterior, lleva el plano de la órbita a coincidir con el plano del ecuador.

$R_z(-\omega)$ Aplicado al resultado anterior, lleva a coincidir la línea perigeo-apogeo, línea de los ápsides, con el eje OX.

Resulta un giro general

$$R = R_z(-\Omega) \cdot R_x(-i) \cdot R_z(-\omega)$$

Para aplicar el cálculo matricial es necesario considerar un tercer eje perpendicular al plano de la órbita por el geocentro, con este artificio, el vector de posición en el plano de la órbita es

$$(x_{orb}, y_{orb}, 0)$$

siendo x_{orb} e y_{orb} cualquiera de las ecuaciones cartesianas en el plano de la órbita tal como se han formulado más arriba.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x_{orb} \\ y_{orb} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos\Omega & \text{sen}\Omega & 0 \\ -\text{sen}\Omega & \cos\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \text{sen} i \\ 0 & -\text{sen} i & \cos i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\omega & \text{sen}\omega & 0 \\ -\text{sen}\omega & \cos\omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.1.9.- Cálculo de los parámetros de la órbita kepleriana en función del vector de estado.

Se entiende por vector de estado los seis parámetros $X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$, que representan a los vectores $\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}$. posición y velocidad del satélite en una época dada.

El algoritmo es el siguiente:

Datos $X_0, Y_0, Z_0, \dot{X}_0, \dot{Y}_0, \dot{Z}_0$ en una época t_0

$$r_0 = |\mathbf{r}_0| = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2} \qquad V_0 = |\dot{\mathbf{r}}_0| = \sqrt{\dot{X}_0^2 + \dot{Y}_0^2 + \dot{Z}_0^2}$$

Constante gravitacional $\mu = GM =$

$$\text{Semieje mayor } a \qquad \frac{1}{a} = \frac{2}{r_0} - \frac{V_0^2}{\mu}$$

$$\text{Movimiento medio } n \qquad n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}$$

$$D_0 = |\mathbf{r} \cdot \dot{\mathbf{r}}| = X_0 \dot{X}_0 + Y_0 \dot{Y}_0 + Z_0 \dot{Z}_0 \qquad e \cos E_0 = 1 - \frac{r_0}{a} \qquad esenE_0 = \frac{D_0}{\sqrt{\mu a}}$$

$$\text{Excentricidad} \qquad e = \sqrt{(e \cos E_0)^2 + (esenE_0)^2}$$

$$\text{Anomalía excéntrica} \qquad E_0 = \arctan\left(\frac{esenE_0}{e \cos E_0}\right)$$

$$\text{Anomalía media} \qquad M_0 = E_0 - esenE_0$$

$$\text{Hora de paso por el perigeo} \qquad T = t_0 - \frac{M_0}{n}$$

$$D'_0 = \mu \frac{e \cos E_0}{r_0}$$

Sistema de coordenadas en el plano de la órbita. Vectores unitarios \mathbf{P} y \mathbf{Q}

Sistema de coordenadas tridimensional. Vectores unitarios $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\mu e} [D'_0 \mathbf{r}_0 - D_0 \dot{\mathbf{r}}_0] = C_{11} \mathbf{i} + C_{12} \mathbf{j} + C_{13} \mathbf{k}$$

$$p = a(1 - e^2) \qquad H_0 = r_0 - p \qquad H'_0 = \frac{D_0}{r_0}$$

$$\mathbf{Q} = \frac{1}{e\sqrt{\mu p}} (H_0' \mathbf{r}_0 - H_0 \dot{\mathbf{r}}_0) = C_{21} \mathbf{i} + C_{22} \mathbf{j} + C_{23} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{P} \times \mathbf{Q} = C_{31} \mathbf{i} + C_{32} \mathbf{j} + C_{33} \mathbf{k}$$

$$\text{Inclinación} \quad i = \arccos(\mathbf{W} \cdot \mathbf{k}) = \arccos(C_{33})$$

$$\Omega = \arctan\left(\frac{\mathbf{W} \cdot \mathbf{i}}{-\mathbf{W} \cdot \mathbf{j}}\right) = \arctan\left(\frac{C_{31}}{-C_{32}}\right)$$

$$\omega = \arctan\left(\frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{k}}{\mathbf{Q} \cdot \mathbf{k}}\right) = \arctan\left(\frac{C_{13}}{C_{23}}\right)$$

Este algoritmo debe usarse con reservas cuando la excentricidad y la inclinación son muy pequeñas. Sólo es válido para órbitas elípticas. Las singularidades numéricas son consecuencia de los ángulos están medidos a partir de dos líneas débilmente definidas: la línea de los nodos y la de los ápsides.

Herrick, [Astrodynamics (2 vol). Van Nostrand Reinhold. London. 1971-72], ha desarrollado varios algoritmos para las órbitas elípticas que salvan este problema de la inestabilidad numérica. El conocido como solución fg se describe a continuación:

$$r_0 = |\mathbf{r}_0| = \sqrt{X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2} \qquad V_0 = |\dot{\mathbf{r}}_0| = \sqrt{\dot{X}_0^2 + \dot{Y}_0^2 + \dot{Z}_0^2}$$

$$D_0 = |\mathbf{r}_0 \cdot \dot{\mathbf{r}}_0| = X_0 \dot{X}_0 + Y_0 \dot{Y}_0 + Z_0 \dot{Z}_0 \qquad \frac{1}{a} = \frac{2}{r_0} - \frac{V_0^2}{\mu}$$

En lugar de la ecuación de Kepler, se utiliza:

$$\frac{\sqrt{\mu}(t-t_0)}{a^{\frac{3}{2}}} = \Phi - \left(1 - \frac{r_0}{a}\right) \text{sen}\Phi + \frac{D_0}{\sqrt{\mu-a}} (1 - \cos\Phi) \quad \text{que se resuelve por el método de}$$

$$\text{Newton, partiendo de la solución inicial:} \quad \Phi_0 = \sqrt{\mu a^{\frac{3}{2}}}(t-t_0)$$

Esta ecuación se conoce como ecuación de Kepler modificada.

$$f = 1 - a(1 - \cos\Phi)/r_0 \qquad g = (t-t_0) - a^{\frac{3}{2}}(\Phi - \text{sen}\Phi)/\sqrt{\mu}$$

$$\mathbf{r} = f \cdot \mathbf{r}_0 + g \cdot \dot{\mathbf{r}}_0 \qquad \dot{\mathbf{r}} = \frac{-\sqrt{\mu a}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_0} \text{sen}\Phi \mathbf{r}_0 \qquad g = 1 - a(1 - \cos\Phi)/r_0$$

$$\mathbf{r} = \dot{f} \cdot \mathbf{r}_0 + \dot{g} \cdot \dot{\mathbf{r}}_0 \qquad \text{Se verifica que } \Phi = E - E_0$$

Si el vector de estado representa la posición y velocidad en una época t , los parámetros que se obtienen son los de una órbita kepleriana correspondiente a la misma época, para cada época resultarán parámetros diferentes. No se obtienen los parámetros de una

órbita kepleriana básica como la que se transmite con las efemérides de cada satélite, sino los de la órbita osculatriz.

2.2.- Ecuación general del movimiento del satélite.

$$\ddot{\bar{r}} = \bar{a}_g + \bar{a}_{ng} + \bar{a}_{emp}$$

Donde:

- \bar{r} Vector de posición del centro de masas del satélite.
- \bar{a}_g Aceleración producida por las fuerzas gravitacionales.
- \bar{a}_{ng} Aceleración producida por las fuerzas no gravitacionales
- \bar{a}_{emp} Aceleración residual. Consecuencia de una formulación incorrecta ó incompleta del modelo de fuerzas que actúan sobre el satélite ó de inexactitudes de los valores de las constantes adoptadas en el modelo

2.2.1.- Sistemas de Tiempo y Coordenadas.

Debido a que las fuentes de datos que intervienen en la determinación de la órbita están expresadas en diferentes escalas o sistemas de tiempo, es necesario realizar conversiones entre ellas.

Las medidas láser (SLR: Satellite Laser Ranging) están ligadas a la escala UTC (Coordinated Universal Time). En cambio, las medidas GPS están ligadas a la escala de tiempo GPS-ST (GPS System Time).

Ambos sistemas de tiempo están basados en el tiempo atómico, las medidas UTC se acomodan a la rotación terrestre con la introducción periódica de un segundo de ajuste. ("leap seconds") para mantener las diferencias de UT1 y UTC en menos de un segundo. El tiempo GPS es continuo, sin segundos intercalados. La relación es

$$\text{GPS-ST} = \text{UTC} + n$$

n es el número de segundos intercalados desde el 6 de enero de 1980.

La variable independiente t en la ecuación del movimiento se expresa en Tiempo Dinámico Terrestre. TDT (Terrestrial Dynamical Time) que es una escala de tiempo uniforme, abstracta, definida implícitamente por la propia ecuación del movimiento. Su relación con el tiempo atómico internacional TAI (International Atomic Time) es

$$\text{TDT} = \text{TAI} + 32.184 \text{ seg.}$$

Las efemérides planetarias están expresadas en una escala uniforme, abstracta, denominada Tiempo Dinámico Baricéntrico TDB (Barycentric Dynamical Time) que es la variable independiente de las efemérides de la Luna, el Sol y los planetas. En las

proximidades de la Tierra puede considerarse que TDT y TDB tienen valores coincidentes.

El sistema geocéntrico inercial de coordenadas que se adopta es ICRF (International Conventional Reference Frame) definido por el ecuador y equinocio medios en la época Juliana 2000.0

Las coordenadas de las estaciones de observación, los datos gravitatorios y las perturbaciones atmosféricas se expresan en un sistema de coordenadas fijo con la Tierra, es decir, girando con ella. (ECEF). Para pasar al ICRF es necesario tener en cuenta los valores de la precesión y de la nutación, el movimiento del polo, las variaciones en la rotación terrestre y el modelo de desplazamiento de los continentes.

2.2.2.- Fuerzas gravitacionales

La aceleración producida por las fuerzas gravitacionales es

$$\bar{a}_g = \bar{P}_{geo} + \bar{P}_{st} + \bar{P}_{ot} + \bar{P}_{rd} + \bar{P}_n + \bar{P}_{rel}$$

$$\bar{P}_{geo} = \text{geopotencial terrestre}$$

$$\bar{P}_{st} = \text{mareas terrestres}$$

$$\bar{P}_{ot} = \text{mares oceánicas}$$

$$\bar{P}_{ra} = \text{deformaciones debidas a la rotación terrestre}$$

$$\bar{P}_n = \text{atracción lunar, solar y planetaria}$$

$$\bar{P}_{rel} = \text{relatividad general}$$

2.2.2.1.- Geopotencial.

La aceleración debida a la atracción gravitacional de la Tierra puede expresarse como el gradiente de un potencial U_s , que satisface a la ecuación de Laplace, dividido por la masa del satélite.

$$U_s(r, \phi, \lambda) = \frac{GM_e}{r} + \frac{GM_e}{r} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a_e}{r} \right)^l \bar{P}_{lm}(\sin \phi) \left[\bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \bar{S}_{lm} \sin m\lambda \right]$$

donde:

GM_e	constante gravitacional de la Tierra
a_e	radio ecuatorial medio
$\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}$	coeficientes normalizados de los armónicos esféricos de grado l y orden m
$\bar{P}_{lm}(\sin\phi)$	funciones asociadas de Legendre de grado l y orden m normalizadas
geocéntr r, ϕ, λ	esféricas del satélite, r distancia al centro de masas, latitud λ .

Para garantizar que el origen del sistema de coordenadas esféricas coincide con el centro de masas de la Tierra, se impone la condición:

$$\bar{C}_{10} = \bar{C}_{11} = \bar{S}_{11} = 0.$$

$\frac{GM_e}{r}$ es el término del potencial que interviene en la determinación de la órbita kepleriana.

2.2.2.2.- Mareas terrestres.

Como la Tierra no es un cuerpo rígido, su forma y la distribución de masas en su interior cambian bajo la acción de la atracción gravitacional de los otros cuerpos del Sistema Solar, principalmente la Luna y el Sol. Estas variaciones inducen cambios en el potencial gravitacional exterior, U_{st} :

$$\Delta U_{st} = \frac{GM_e}{a_e^2} \sum_{l=2}^{(3)} \sum_{m=0}^l \sum_{k(l,m)} H_k e^{i(\Theta_k + \chi_k)} k_k^0 \left[\left(\frac{a_e}{r} \right)^{l+1} Y_m^l(\phi, \lambda) + k_k^+ \left(\frac{a_e}{r} \right)^{l+3} Y_m^{l+2}(\phi, \lambda) \right]$$

$$Y_m^l(\phi, \lambda) = (-1)^m \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_{lm}(\sin\phi) e^{im\lambda}$$

$P_{lm}(\sin\phi)$ función asociada de Legendre de grado l y orden m no normalizada

H_k amplitud de la componente k de la marea dependiente de la frecuencia

Θ_k, χ_k argumento Doodson y corrección de fase para la componente k

k_k^0, k_k^+ números de Love para la componente k

r, ϕ, λ coordenadas esféricas del satélite

2.2.2.3.- Mareas oceánicas.

La variación temporal del geopotencial inducida por las deformaciones que producen las mareas oceánicas es

$$\Delta U_{ot} = 4\pi G \rho_w a_e \sum_k \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{+} \frac{1+k_l'}{2l+1} \left(\frac{a_e}{r}\right)^{l+1} \\ \times \left[C_{klm}^{\pm} \cos(\Theta_k \pm m\lambda) + S_{klm}^{\pm} \sin(\Theta_k \pm m\lambda) \right] P_{lm}(\sin \phi)$$

ρ_w densidad media del agua del mar

k componente o constituyente de la marea

k_l' número de Love de grado l

Θ_k argumento Doodson para la componente k

$P_{lm}(\sin \phi)$ función asociada de Legendre de grado l y orden m no normalizada

$C_{klm}^{\pm}, S_{klm}^{\pm}$ coeficientes de marea no normalizados.

2.2.2.4.- Fuerzas inducidas por los cambios en la rotación terrestre.

Los cambios en el vector velocidad angular producen variaciones en el valor de la fuerza centrífuga y estas variaciones inducen deformaciones en la Tierra, ya que esta es elástica y tiene un parte importante fluida.

$$U_c = \frac{1}{3} \omega^2 r^2 + \Delta U_c$$

donde

$$\Delta U_c = \frac{r^2}{6} (\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2) P_{20}(\sin \phi) - \frac{r^2}{3} (\omega_1 \omega_3 \cos \lambda + \omega_2 \omega_3 \sin \lambda) P_{21}(\sin \phi) + \\ \frac{r^2}{12} [(\omega_2^2 - \omega_1^2) \cos 2\lambda - 2\omega_1 \omega_2 \sin 2\lambda] P_{22}(\sin \phi)$$

$$\omega_1 = m_1 \Omega$$

$$\omega_2 = m_2 \Omega$$

$$\omega_3 = (1 + m_3) \Omega$$

$$\omega^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2$$

$$m_1 = x_p$$

$$m_2 = -y_p$$

$$m_3 = \frac{d(UT1 - TAI)}{d(TAI)}$$

Ω es la velocidad media de rotación

(x_p, y_p) son las coordenadas del polo, (Sistema de coordenadas utilizado para describir el movimiento del polo)

2.2.2.5.- Atracción lunar, solar y planetaria.

Es el resultado del problema de los n-cuerpos, los cuerpos atrayentes se asimilan a masas puntuales, en un sistema inercial geocéntrico la aceleración resultante es

$$\bar{P}_n = \sum_i GM_i \left[\frac{\bar{r}_i}{r_i^3} - \frac{\bar{\Delta}_i}{\Delta_i^3} \right]$$

G constante de gravitación universal

M_i masa del cuerpo i

\bar{r}_i vector de posición del cuerpo i respecto del centro de masas de la Tierra

$\bar{\Delta}_i$ vector de posición del cuerpo i respecto al satélite

Las efemérides r_i se obtienen de Jet Propulsion Laboratory Development Ephemeris-405 (JPL DE-405) .

2.2.2.6.- Relatividad general

Se modela por

$$\begin{aligned} \bar{P}_{rel} = & \frac{GM_e}{c^2 r^3} \left\{ \left[(2\beta+2\gamma) \frac{GM_e}{r} - \gamma(\dot{\bar{r}} \cdot \dot{\bar{r}}) \right] \bar{r} + (2+2\gamma) (\bar{r} \cdot \dot{\bar{r}}) \dot{\bar{r}} \right\} \\ & + 2 (\bar{\Omega} \times \dot{\bar{r}}) \\ & + L (1+\gamma) \frac{GM_e}{c^2 r^3} \left[\frac{3}{r^2} (\bar{r} \times \dot{\bar{r}}) (\bar{r} \cdot \bar{J}) + (\dot{\bar{r}} \times \bar{J}) \right] \end{aligned}$$

$$\bar{\Omega} \approx \left(\frac{1+\gamma}{2} \right) (\dot{\bar{R}}_{ES}) \times \left[\frac{-GM_s \bar{R}_{ES}}{c^2 R_{ES}^3} \right]$$

c velocidad de la luz en el marco de referencia geocéntrico

$\bar{r}, \dot{\bar{r}}$ vectores de posición y velocidad del satélite en el sistema geocéntrico

\bar{R}_{ES} posición de la Tierra respecto al Sol

GM_e, GM_s constantes gravitacionales de la Tierra y el Sol.

\bar{J} momento angular de la Tierra por unidad de masa.

El primer sumando se traduce en una precesión del perigeo (Schwarzschild motion), el segundo en una precesión del plano de la órbita (geodesic (or de Sitter) precession), y el tercer sumando una precesión en el nodo de la órbita (Lense-Thirring precession). En el caso del Lageos supone una precesión del nodo ascendente de la órbita de 0.31 mas/año (mas: milisegundo de arco).

2.2.3.- Fuerzas no gravitacionales

Las aceleración que producen las fuerzas no gravitacionales se expresa por

$$\bar{a}_{ng} = \bar{P}_{drag} + \bar{P}_{solar} + \bar{P}_{earth} + \bar{P}_{thermal}$$

\bar{P}_{drag} rozamiento atmosférico

\bar{P}_{solar} presión de radiación solar

\bar{P}_{earth} presión de radiación terrestre

$\bar{P}_{thermal}$ balance de la radiación térmica.

Estas fuerzas dependen de la forma y orientación del satélite.

2.2.3.1.- Rozamiento atmosférico.

Un satélite orbitando en las proximidades de la Tierra, que se desplaza con una velocidad \mathbf{v} en el seno de un fluido (la atmósfera) de densidad ρ , experimenta una fuerza de sustentación (empuje) y una fuerza de resistencia (rozamiento). La fuerza de sustentación es muy pequeña comparada con la resistencia por lo que, generalmente, no se tiene en cuenta. Cuando el satélite orbita a gran altura (GPS aproximadamente 20000 kms) tampoco se tiene en cuenta el rozamiento atmosférico en primera aproximación.

$$\bar{P}_{drag} = -\frac{1}{2} \rho \left(\frac{C_d A}{m} \right) v_r \bar{v}_r$$

- $\overline{v_r}$ velocidad relativa del satélite respecto a la atmósfera.
 v_r modulo de $\overline{v_r}$
 m masa del satélite
 C_d coeficiente de rozamiento del satélite
 A sección del satélite perpendicular a v_r

La expresión ($C_d A/m$) se denomina coeficiente balístico del satélite.

El mayor problema reside en el cálculo de la densidad ρ . Existen varios modelos empíricos:

Jacchia 71
 Jacchia 77
 Drag Temperature Model 77, DTM-77
 DTM- 2000

Los valores obtenidos pueden contener errores que van del 10% al 200% dependiendo de la actividad solar. Para resolver este problema, en el cálculo de la órbita se introducen incógnitas C_1 C_2 que se ajustan a partir de las observaciones.

$$\rho = \rho_c [1 + C_1 \cos(M+\omega) + C_2 \sin(M+\omega)]$$

ρ_c valor obtenido con el modelo

M anomalía media del satélite

ω argumento del perigeo.

Densidad de la atmósfera

Altitud km	Densidad g/km ³
100	497.400
200	255 - 316
300	17 - 35
400	2.2 - 7.5
500	0.4 - 0.2
600	0.08 - 0.06
700	0.02 - 0.22
800	0.007 - 0.08
900	0.003 - 0.04
1000	0.001 - 0.02

2.2.3.2.- Presión de radiación solar.

El Sol emite una cantidad de fotones que es prácticamente constante por unidad de tiempo. A una distancia media de una Unidad Astronómica (distancia media Sol-Tierra) esta constante solar vale $4.56 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$.

$$\bar{P}_{solar} = -P (1 + \eta) \frac{A}{m} v \hat{u}$$

P constante solar

η coeficiente de reflectividad del satélite

m masa del satélite

A sección perpendicular a \hat{u}

\hat{u} vector unitario en la dirección satélite-Sol

v factor de visibilidad del Sol en los eclipses

$v = 0$ sombra

$v = 1$ directamente iluminado

$0 < v < 1$ satélite en la zona de penumbra

2.2.3.3.- Presión de radiación terrestre.

Una parte de la radiación solar recibida en la Tierra es radiada por esta. El valor de la aceleración se modela por

$$\bar{P}_{earth} = (1 + \eta_e) A' \frac{A_c}{mc} \sum_{j=1}^N [(\tau a E_s \cos \theta_s + e M_B) \hat{r}]$$

η_e reflectividad del satélite para la radiación terrestre

A' el área proyectada (atenuada) de un elemento de la superficie terrestre sobre los que se extiende la suma.

A_c la sección del satélite perpendicular a la dirección de la radiación

m la masa del satélite

c la velocidad de la luz

τ 0 si el elemento j está en sombra
 τ 1 si el elemento j está iluminado

a, e albedo y emisividad del elemento j

E_s constante solar a una UA

θ_s distancia cenital del Sol.

M_E la exitancia de la Tierra

\hat{r} vector unitario de la dirección centro del elemento-satélite

2.2.3.4.-Balance de la radiación térmica.

Como la temperatura en la superficie de satélite no es uniforme debido a los flujos internos y externos de calor, existe un balance térmico no compensado. Esta descompensación induce una fuerza, que ha sido detectada incluso en los satélites perfectamente esféricos como el Lageos. En los GPS aparece una fuerza en la dirección del eje de rotación de los paneles solares. Conocida la dirección, se modela su intensidad por un coeficiente de proporcionalidad que interviene como incógnita en el ajuste de la órbita.

2.2.4.- Integración de las ecuaciones diferenciales del movimiento.

La ecuación diferencial

$$\ddot{\mathbf{r}} = \bar{\mathbf{a}}_g + \bar{\mathbf{a}}_{ng} + \bar{\mathbf{a}}_{emp}$$

es una ecuación diferencial vectorial de segundo orden, que podemos escribir también

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{ds^2} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{k}_p \quad \mu = GM_e$$

$$\mathbf{k}_p = \mathbf{a}_g + \mathbf{a}_{ng} + \mathbf{a}_{emp} - \frac{\mu}{r^3} \mathbf{r}$$

Siguiendo una de las pautas habituales en la resolución de un problema complejo, el segundo término se descompone en dos sumandos. Si se prescinde del segundo sumando \mathbf{k}_p , estamos en la determinación de la órbita kepleriana. La solución general puede considerarse como una perturbación de la órbita kepleriana teniendo en cuenta que las aceleraciones \mathbf{k}_p son pequeñas.

La solución de esta ecuación

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$$

$$\mathbf{r}'(t) = \mathbf{r}'(t, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$$

depende de seis constantes de integración arbitrarias. Se prefieren los seis elementos siguientes que definen la órbita kepleriana:

$$a, e, i, \omega, \Omega, M$$

La solución analítica se puede obtener utilizando el método de variación de las constantes, que conduce a la solución formal:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t, a(t), e(t), i(t), \omega(t), \Omega(t), M(t))$$

donde se expresan las constantes de integración de la órbita general como funciones del tiempo.

Para las predicciones de la órbita, efemérides transmitidas en GPS, se pueden expresar como series de potencias de la diferencia de tiempo a una época de referencia.

$$a_i(t) = a_i(t_0) + \frac{da_i}{dt}(t-t_0) + \frac{d^2a_i}{dt^2}(t-t_0)^2 + \frac{d^3a_i}{dt^3}(t-t_0)^3 + \dots$$

Otra posibilidad es

$$a_i(t) = \bar{a}_i(t) + \Delta a_i(t)$$

donde $\bar{a}_i(t)$ representa los términos constantes, seculares y de baja frecuencia, que se denominan elementos medios, y $\Delta a_i(t)$ representan los términos de alta frecuencia.

2.3.- Efemérides GPS transmitidas. Determinación de la posición en tiempo real.

Las efemérides astronómicas son un conjunto de posiciones y datos relacionados de cuerpos celestes para una época determinada y tabulados en intervalos uniformes de tiempo.

Al ser el sistema GPS un sistema de navegación que permite el posicionamiento en tiempo real, cada satélite transmite un conjunto de parámetros con los que se determinan su posición en el sistema WGS-84. Esta información se conoce con el nombre de **efemérides transmitidas** y son predicciones de las posiciones que ocupará el satélite en un determinado período de tiempo. Se distinguen de las **efemérides precisas** que se calculan a posteriori utilizando las observaciones de una red mundial de estaciones y algoritmos más refinados para conseguir la máxima exactitud en las posiciones de los satélites de la constelación.

2.3.1.- Cálculo de las efemérides transmitidas.

Se utiliza el modelo general de cálculo de órbitas. El orden de magnitud de las aceleraciones se indica en la siguiente tabla:

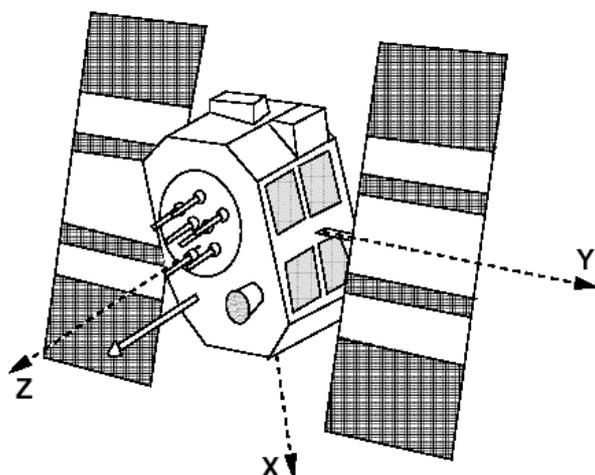
Ordenes de magnitud de las aceleraciones

Origen	Aceleración m/s ²
Fuerza central (Órbita kepleriana)	0.56
$J_2 = C_{20}$	$5 \cdot 10^{-5}$
Restantes armónicos	$3 \cdot 10^{-7}$
Atracción Lunisolar	$5 \cdot 10^{-6}$
Mareas terrestres	$1 \cdot 10^{-9}$
Mareas oceánicas	$1 \cdot 10^{-9}$
Presión de radiación solar	$1 \cdot 10^{-7}$
Presión de radiación terrestre(albedo)	$1 \cdot 10^{-9}$

Dada la altitud de los satélites GPS no se suele tener en cuenta el rozamiento atmosférico.

La presión de radiación es uno de los factores no gravitacionales más importantes. En la actualidad se utiliza el modelo ROCK IV en la mayoría de los programas que calculan órbita y posiciones. Descomponiendo el conjunto de la geometría del satélite en varias superficies que se modelan como cilindros o planos, se llega a una mejor estimación de esta perturbación.

En cada satélite se utiliza un sistema de coordenadas local al que se refieren todos sus elementos, exentricidad del centro de fase de la antena emisora respecto al centro de masas, posición de los paneles solares, etc. Estos datos se calibran en tierra. La integración de las ecuaciones del movimiento da las posiciones del centro de masas del satélite. Cuando se utilizan las efemérides en el cálculo de las observaciones geodésicas es importante conocer a que punto se refieren las efemérides precisas: centro de masas ó centro de fase de la antena del satélite.

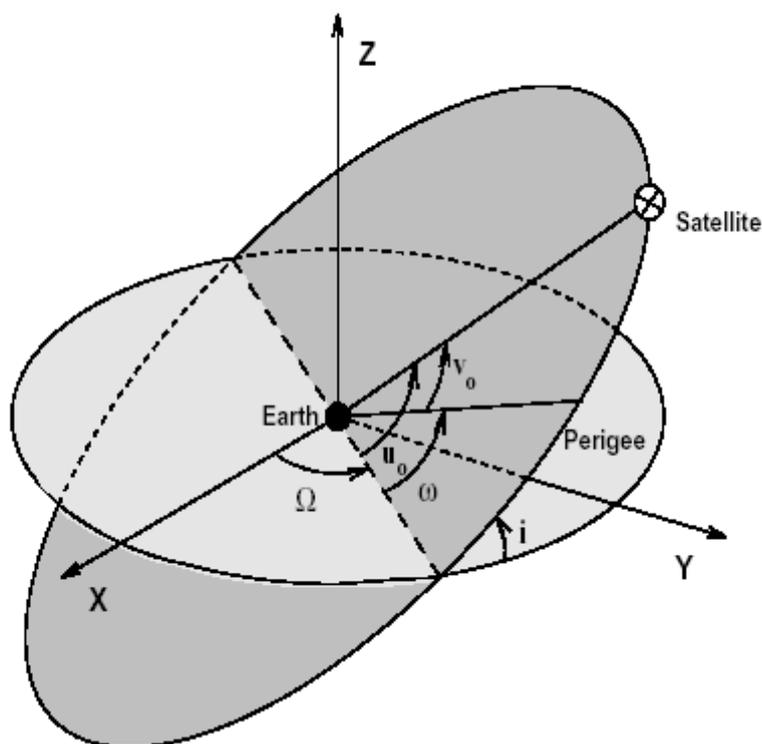


Sistema de coordenadas local en el satélite.

Las efemérides transmitidas se generan en dos pasos. Primero se calculan unas efemérides de referencia utilizando para cada satélite las observaciones de una semana. En el segundo paso, se analizan las discrepancias entre las observaciones reales corregidas y las generadas por el modelo anterior y se introducen en un filtro de Kalman para estimar: seis elementos orbitales del satélite, tres parámetros que definen la marcha del reloj o relojes del satélite, dos parámetros para todos los relojes de las estaciones que han intervenido en el cálculo menos una (es el oscilador de referencia, el que define la escala de tiempo), un factor de escala troposférico, tres parámetros relativos al eje de rotación terrestre. Las observaciones que intervienen son pseudodistancias y doppler, las correcciones son: propagación atmosférica (ionosfera y troposfera), las relativísticas y variaciones en la orientación del eje de rotación (tomadas del IERS Rapid Service). El modelo gravitacional es el WGS 84 EGM96 y el sistema de referencia el WGS 84.

Estos parámetros estimados se utilizan para corregir las efemérides de referencia y producir las transmitidas.

2.3.2.- Parámetros que componen las efemérides transmitidas.



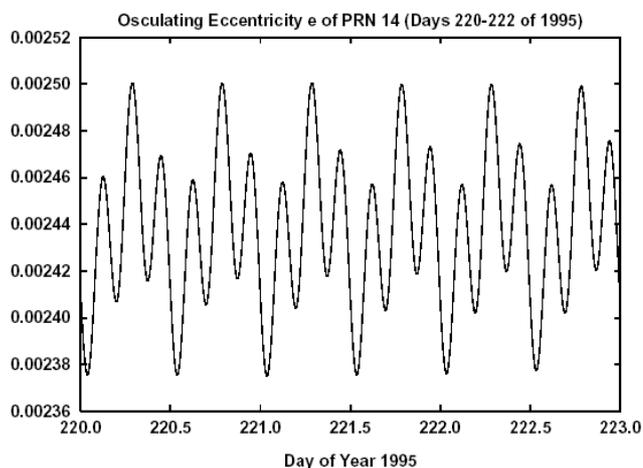
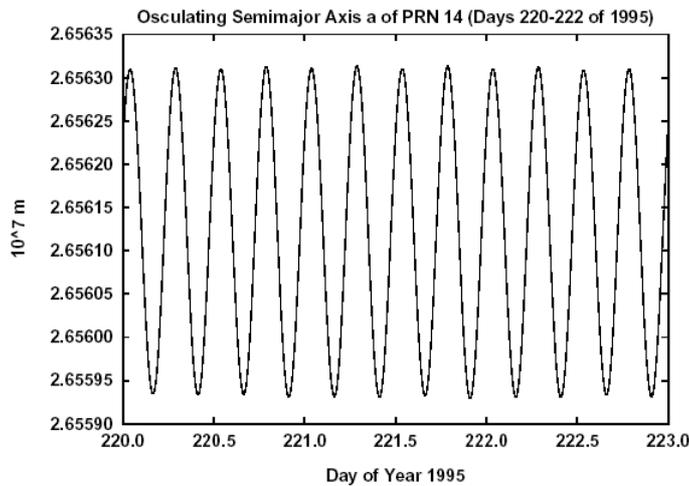
Parámetro	Significado
t_{oe}	Época de referencia de las efemérides
M_0	Anomalía media en la época de referencia
Δn	Corrección al movimiento medio calculado
$a^{1/2}$	Raíz cuadrada del semieje mayor de la órbita
Ω_0	Longitud del nodo ascendente al comienzo de la semana

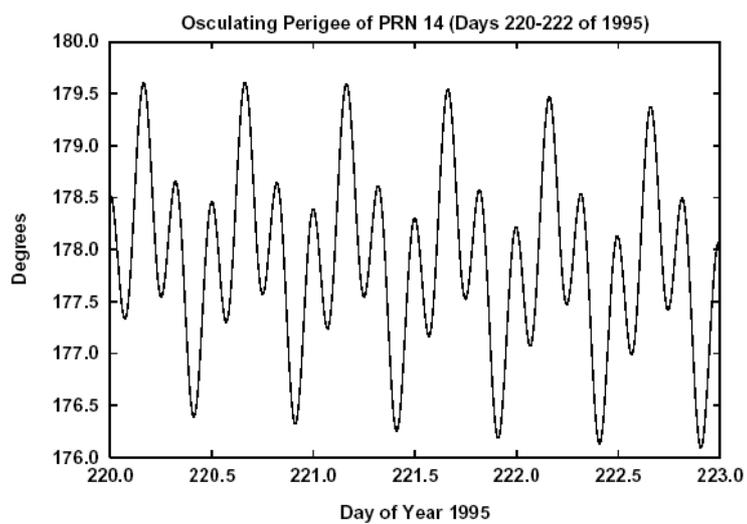
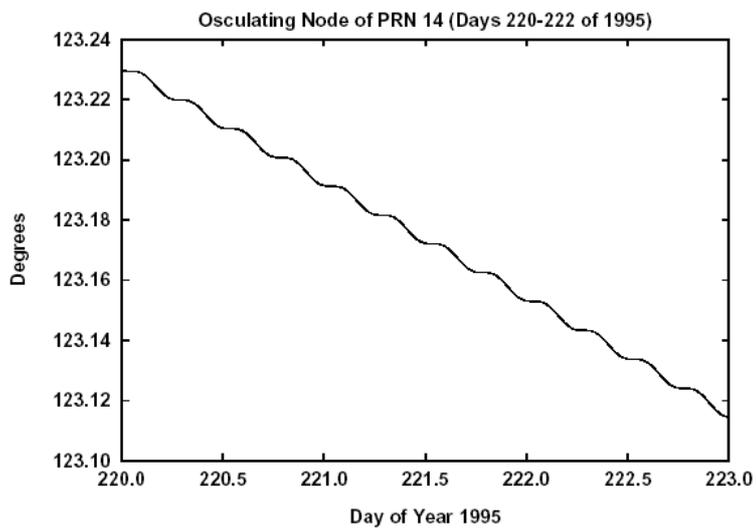
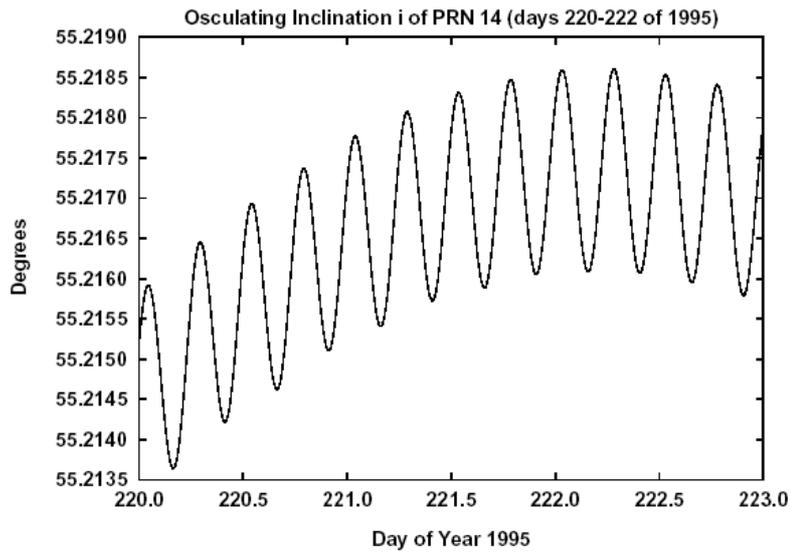
i_0	Inclinación del plano de la órbita en la época de referencia
ω	Argumento del perigeo
OMEGADOT	Variación temporal de la longitud del nodo ascendente
IDOT	Variación temporal de la inclinación
IODE	Etiqueta de las efemérides
Cuc	Amplitud del término coseno de la corrección al arg. de la latitud
Cus	Amplitud del término seno de la corrección al arg. de la latitud
Crc	Amplitud del término coseno de la corrección al radio vector
Crs	Amplitud del término seno de la corrección al radio vector
Cic	Amplitud del término coseno de la corrección a la inclinación
Cis	Amplitud del término seno de la corrección a la inclinación

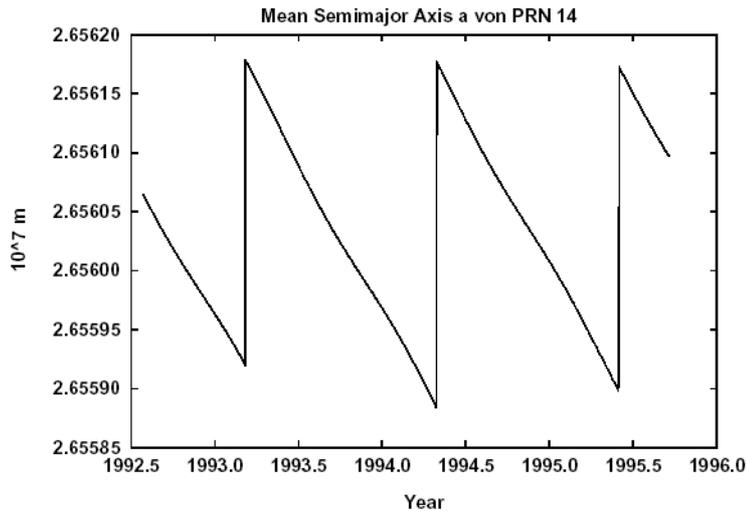
Argumento de la latitud: $\omega + v$

t_{oe} es la época del punto central del arco de órbita que se transmite. Dos horas después de una carga válida de efemérides en el satélite.

2.3.3.- Variación de los elementos de las efemérides transmitidas:







Esta perturbación se debe a los efectos de resonancia del modelo gravitatorio. Requiere maniobras del satélite para mantener uniforme la distribución de los satélites en cada plano orbital. Garantiza la cobertura

2.3.4.- Algoritmo para el cálculo de la posición del satélite en la época t.

El cálculo de la posición de cada satélite se lleva a cabo a partir de las efemérides transmitidas en el mensaje de navegación. Incluye los parámetros de la órbita kepleriana y sus variaciones. Están referidas a un valor central TOE – Tiempo origen de cada efeméride – que suele coincidir con el valor central de un intervalo de cuatro horas para facilitar la interpolación. Estas efemérides transmitidas son previsiones de la órbita para un periodo determinado, y están afectadas de errores que limitan la precisión del posicionamiento en tiempo real. Con el esfuerzo combinado de los usuarios militares y civiles se obtienen unas efemérides precisas, disponibles en Internet, que mejoran sensiblemente la precisión de la determinación de posicionamiento en tiempo diferido.

Si $\mathbf{r}_{\text{plano}}$ es el vector de posición en el plano de la órbita y \mathbf{r} el vector de posición en el sistema tridimensional.

$$\mathbf{r} = R_3(-\Omega) R_1(-i) R_3(-\omega) \mathbf{r}_{\text{plano}} \quad \text{Sistema inercial}$$

$$\mathbf{r} = R_3(-\Omega + \theta) R_1(-i) R_3(-\omega) \mathbf{r}_{\text{plano}} \quad \text{Sistema fijo con la Tierra.}$$

θ ángulo girado por el origen de longitudes del sistema fijo

$$\mu = 3.986005 \times 10^{-14} \text{ m}^3/\text{s}^2 \quad \text{constante gravitacional de la Tierra.}$$

$$\dot{\Omega}_e = 7.292115167 \times 10^5 \text{ rad/s} \quad \text{velocidad de rotación de la Tierra en WGS-84}$$

$$\sqrt{a} = \text{raíz cuadrada del semieje mayor}$$

t tiempo GPS en el momento de la transmisión de la señal. Tiempo GPS del reloj del receptor corregido del tiempo de propagación de la señal: distancia receptor-satélite/velocidad de la luz.

$t_k = t - t_{oe}$ diferencia entre el tiempo de emisión y el tiempo de referencia de las efemérides. Debe tenerse en cuenta si esta diferencia cruza el comienzo o final de la semana GPS. Si t_k es mayor que 302400, $t_k = t_k - 604800$; si t_k es menor que -302400 , $t_k = t_k + 604800$

$$n_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad \text{movimiento medio calculado}$$

$$n = n_0 + \Delta n \quad \text{movimiento medio corregido}$$

$$M_k = M_0 + n.t_k \quad \text{anomalía media}$$

$M_k = E_k - e \text{ sen} E_k$ ecuación de Kepler. La solución es E_k anomalía excéntrica.

$$\cos v_k = \frac{\cos E_k - e}{1 - e \cos E_k} \quad \text{coseno de la anomalía verdadera}$$

$$\text{sen} v_k = \frac{\sqrt{1 - e^2} \text{ sen} E_k}{1 - e \cos E_k} \quad \text{seno de la anomalía verdadera}$$

$$v_k = \arctan\left(\frac{\text{sen} v_k}{\cos v_k}\right) \quad \text{anomalía verdadera.}$$

$$\phi_k = v_k + \omega \quad \text{argumento de la latitud (1ª aproximación)}$$

$$\delta u_k = C_{us} \text{ sen} 2\phi_k + C_{uc} \cos 2\phi_k \quad \text{corrección al argumento de la latitud.}$$

$$\delta r_k = C_{rs} \text{ sen} 2\phi_k + C_{rc} \cos 2\phi_k \quad \text{corrección al radio vector}$$

$$\delta i_k = C_{is} \text{ sen} 2\phi_k + C_{ic} \cos 2\phi_k \quad \text{corrección a la inclinación.}$$

$$u_k = \phi_k + \delta u_k \quad \text{argumento de la latitud corregido}$$

$$r_k = a(1 - e \cos E_k) + \delta r_k \quad \text{radio vector corregido}$$

$$i_k = i_0 + \delta i_k + \text{IDOT}.t_k \quad \text{inclinación corregida}$$

$$x_k = r_k \cos u_k \quad y_k = r_k \text{ sen} u_k \quad \text{Posición en el plano de la órbita.}$$

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\text{OMEGADOT} - \dot{\Omega}_e)t_k - \dot{\Omega}_e t_{oe} \quad \text{Longitud corregida del nodo ascendente.}$$

$$X_k = x_k \cos \Omega_k - y_k \text{ sen} \Omega_k$$

$$Y_k = x_k \operatorname{sen} \Omega_k + y_k \cos i_k \cos \Omega_k$$

$$Z_k = y_k \operatorname{sen} i_k$$

X_k, Y_k, Z_k son las coordenadas del satélite en WGS 84 en la época t .

Las correcciones a los parámetros de la órbita kepleriana determinan una órbita real en cada época t , que se denomina órbita osculatriz.

Ejemplos.

Correcciones por la rotación terrestre

Desde que la señal parte del satélite hasta que llega a la antena del receptor la Tierra ha estado girando, es necesario, por tanto, corregir las posiciones antes calculadas por este ángulo de giro para tener todos los parámetros referidos al mismo sistema de referencia ECEF. El tiempo promedio que emplea la señal en llegar al receptor es de 0.075 segundos, lo que supone un ángulo de $w = 7.2921151467 \cdot 10^{-5} \cdot 0.075 \cdot 180/\pi = 1.128$ segundos de arco. El arco que supone este ángulo α a la distancia promedio receptor – satélite es de unos 120 metros.

$$X_c = X \cdot \cos \alpha - Y \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$Y_c = X \cdot \operatorname{sen} \alpha + Y \cdot \cos \alpha$$

$$Z_c = Z$$

Siendo XYZ las coordenadas calculadas y X_c, Y_c, Z_c los valores corregidos para cada uno de los satélites observados.

La práctica de efectuar un primer cálculo usando un valor promedio del tiempo de recorrido 0.075 permite detectar la presencia de algún valor aberrante de los pseudorángos o pseudodistancias, ya que este proceso de cálculo se lleva a cabo de una manera automática en el receptor.

OBSERVACIONES :

EPOCA: Año: 2000 Mes: 8 Día: 11 Hora: 0 Minuto: 0 Segundo: 0

Semana GPS: 50 Segundo GPs: 432000.0

PRIMERA ITERACION

EFEMERIDES DEL SATELITE 30 tiempo de recorrido 0.075

Tiempo de referencia (TOE): 439200.0

Parámetros de la órbita kepleriana

Semieje mayor (A): 26559820.3

Excentricidad (Ec): 0.005363

Longitud del nodo (W0): -1.538902

Inclinación (i0): 0.943644

Argumento del perigeo (w): 1.445954

Anomalía media (M0): 1.362239

Variaciones

dn: 5.169858e-009
 Wdot: -8.276059e-009
 idot: -3.171561e-010
 Cuc: -4.190952e-007
 Cus: 6.673858e-006
 Crc: 2.411563e+002
 Crs: -6.093750e+000
 Cic: -1.043081e-007
 Cis: -7.823110e-008

Cálculo de la posición XYZ

Movimiento medio corregido: 1.458635e-004
 Intervalo respecto a TOE: -7.200075e+003

Comprobación del cruce del fin de la semana GPS

Intervalo definitivo respecto a TOE: -7200.075000
 Anomalía media: 0.312011
 Resolución de la ecuación de Kepler
 Anomalía excéntrica: 0.313666
 Anomalía verdadera: 0.315325
 Argumento de la latitud: 1.761279
 Corrección al argumento de la latitud: -0.000002
 Corrección al radio vector: -2.216010e+002
 Corrección a la inclinación: 1.259175e-007

Valores corregidos

Argumento de la latitud: 1.761277e+000
 Radio vector: 2.642412e+007
 Inclinación: 9.436469e-001

Posición en el plano de la órbita

$X_k = -5002903.991$ $Y_k = 25946191.647$

Posición en el sistema ECEF en la época:

$X = 15474282.884$ $Y = 4173000.198$ $Z = 21008725.518$

Coordenadas corregidas de la rotación terrestre

$X = 15474305.706$ $Y = 4172915.568$ $Z = 21008725.518$

Distancia entre las dos posiciones = 87.653

SATELITE 30

SEGUNDA ITERACION tiempo de recorrido = 0.068258 (pseudorange/c)

Tiempo de referencia (TOE): 439200.0

Cálculo de la posición XYZ

Movimiento medio corregido: 1.458635e-004
Intervalo respecto a TOE: -7.200068e+003

Comprobación del cruce del fin de la semana GPS

Intervalo definitivo respecto a TOE: -7200.068258
Anomalía media: 0.312012
Resolución de la ecuación de Kepler
Anomalía excéntrica: 0.313667
Anomalía verdadera: 0.315326
Argumento de la latitud: 1.761280
Corrección al argumento de la latitud: -0.000002
Corrección al radio vector: -2.216008e+002
Corrección a la inclinación: 1.259176e-007

Valores corregidos

Argumento de la latitud: 1.761278e+000
Radio vector: 2.642412e+007
Inclinación: 9.436469e-001

Posición en el plano de la órbita

$X_k = -5002929.777$ $Y_k = 25946186.719$

Posición en el sistema ECEF en la época:

$X = 15474283.441$ $Y = 4173018.494$ $Z = 21008721.528$

Coordenadas corregidas de la rotación terrestre

$X = 15474304.212$ $Y = 4172941.471$ $Z = 21008721.528$

Distancia entre las dos posiciones = 79.774

EFEMERIDES DEL SATELITE 29 tiempo de recorrido 0.075

Tiempo de referencia (TOE): 439184.0

Parámetros de la órbita kepleriana

Semieje mayor (A):	26561176.4
Excentricidad (Ec):	0.007633
Longitud del nodo (W0):	2.644872
Inclinación (i0):	0.961375
Argumento del perigeo (w):	-1.898113
Anomalía media (M0):	-0.267106

Variaciones

dn:	4.358039e-009
Wdot:	-7.996405e-009
idot:	2.532248e-010
Cuc:	-3.471971e-006
Cus:	1.024641e-005
Crc:	1.853750e+002
Crs:	-6.528125e+001
Cic:	-7.823110e-008
Cis:	1.024455e-007

Cálculo de la posición XYZ

Movimiento medio corregido:	1.458515e-004
Intervalo respecto a TOE:	-7.184075e+003

Comprobación del cruce del fin de la semana GPS

Intervalo definitivo respecto a TOE:	-7184.075000
Anomalía media:	-1.314914
Resolución de la ecuación de Kepler	
Anomalía excéntrica:	-1.322313
Anomalía verdadera:	-1.329719
Argumento de la latitud:	-3.227832
Corrección al argumento de la latitud:	-0.000005
Corrección al radio vector:	1.938284e+002
Corrección a la inclinación:	-9.465250e-008

Valores corregidos

Argumento de la latitud:	-3.227837e+000
Radio vector:	2.651151e+007
Inclinación:	9.613732e-001

Posición en el plano de la órbita

$$X_k = -26412969.817 \quad Y_k = 2283636.076$$

Posición en el sistema ECEF en la época:

$$X = 21335496.892 \quad Y = -15625305.246 \quad Z = 1872532.132$$

Coordenadas corregidas de la rotación terrestre

$$X = 21335411.436 \quad Y = -15625421.932 \quad Z = 1872532.132$$

SATELITE 29

SEGUNDA ITERACION tiempo de recorrido 0.074709 (pseudorange/c)

Tiempo de referencia (TOE): 439184.0

Cálculo de la posición XYZ

Movimiento medio corregido: 1.458515e-004
Intervalo respecto a TOE: -7.184075e+003

Comprobación del cruce del fin de la semana GPS

Intervalo definitivo respecto a TOE: -7184.074709
Anomalía media: -1.314914
Resolución de la ecuación de Kepler
Anomalía excéntrica: -1.322313
Anomalía verdadera: -1.329719
Argumento de la latitud: -3.227832
Corrección al argumento de la latitud: -0.000005
Corrección al radio vector: 1.938283e+002
Corrección a la inclinación: -9.465249e-008

Valores corregidos

Argumento de la latitud: -3.227837e+000
Radio vector: 2.651151e+007
Inclinación: 9.613732e-001

Posición en el plano de la órbita

$$X_k = -26412969.906 \quad Y_k = 2283634.949$$

Posición en el sistema ECEF en la época:

$$X = 21335496.989 \quad Y = -15625305.210 \quad Z = 1872531.209$$

Coordenadas corregidas de la rotación terrestre

$$X = 21335411.865 \quad Y = -15625421.442 \quad Z = 1872531.209$$

Distancia entre las dos posiciones = 144.070

EFEMERIDES DEL SATELITE 6

tiempo de recorrido 0.075

Tiempo de referencia (TOE): 432000.0

Parámetros de la órbita kepleriana

Semieje mayor (A):	26560490.4
Excentricidad (Ec):	0.006950
Longitud del nodo (W0):	-0.466180
Inclinación (i0):	0.947964
Argumento del perigeo (w):	-2.376629
Anomalía media (M0):	3.036730

Variaciones

dn:	4.488758e-009
Wdot:	-7.859613e-009
idot:	-2.392957e-010
Cuc:	3.755093e-006
Cus:	9.724870e-006
Crc:	1.840938e+002
Crs:	7.584375e+001
Cic:	0.000000e+000
Cis:	-8.381903e-008

Cálculo de la posición XYZ

Movimiento medio corregido:	1.458573e-004
Intervalo respecto a TOE:	-7.500000e-002

Comprobación del cruce del fin de la semana GPS

Intervalo definitivo respecto a TOE:	-0.075000
Anomalía media:	3.036719
Resolución de la ecuación de Kepler	
Anomalía excéntrica:	3.037441
Anomalía verdadera:	3.038161
Argumento de la latitud:	0.661532
Corrección al argumento de la latitud:	0.000010
Corrección al radio vector:	1.186691e+002
Corrección a la inclinación:	-8.126014e-008

Valores corregidos

Argumento de la latitud:	6.615428e-001
Radio vector:	2.674421e+007
Inclinación:	9.479637e-001

Posición en el plano de la órbita

Xk = 21102393.119 Yk = 16429900.681

Posición en el sistema ECEF en la época:

$X = 22993536.140$ $Y = -2909463.507$ $Z = 13344847.305$

Coordenadas corregidas de la rotación terrestre

$X = 22993520.228$ $Y = -2909589.261$ $Z = 13344847.305$

Distancia entre las dos posiciones = 126.756

SATELITE 6

SEGUNDA ITERACION tiempo de recorrido 0.068445 (pseudorange/c)

Tiempo de referencia (TOE): 432000.0

Cálculo de la posición XYZ

Movimiento medio corregido:	1.458573e-004
Intervalo respecto a TOE:	-6.844544e-002

Comprobación del cruce del fin de la semana GPS

Intervalo definitivo respecto a TOE:	-0.068445
Anomalía media:	3.036720
Resolución de la ecuación de Kepler	
Anomalía excéntrica:	3.037442
Anomalía verdadera:	3.038162
Argumento de la latitud:	0.661533
Corrección al argumento de la latitud:	0.000010
Corrección al radio vector:	1.186688e+002
Corrección a la inclinación:	-8.126017e-008

Valores corregidos

Argumento de la latitud:	6.615437e-001
Radio vector:	2.674421e+007
Inclinación:	9.479637e-001

Posición en el plano de la órbita

$X_k = 21102377.641$ $Y_k = 16429920.590$

Posición en el sistema ECEF en la época:

$X = 22993527.664$ $Y = -2909456.492$ $Z = 13344863.475$

Coordenadas corregidas de la rotación terrestre

$X = 22993513.142$ $Y = -2909571.255$ $Z = 13344863.475$

Distancia entre las dos posiciones = 115.679

EFEMERIDES DEL SATELITE 25 tiempo de recorrido 0.075

Tiempo de referencia (TOE): 431984.0

Parámetros de la órbita kepleriana

Semieje mayor (A):	26561557.3
Excentricidad (Ec):	0.008331
Longitud del nodo (W0):	-2.626071
Inclinación (i0):	0.936998
Argumento del perigeo (w):	-2.103388
Anomalía media (M0):	-2.616924

Variaciones

dn:	5.284506e-009
Wdot:	-8.179984e-009
idot:	4.160888e-010
Cuc:	7.729977e-007
Cus:	7.156283e-006
Crc:	2.264375e+002
Crs:	1.243750e+001
Cic:	1.750886e-007
Cis:	-7.450581e-008

Cálculo de la posición XYZ

Movimiento medio corregido:	1.458493e-004
Intervalo respecto a TOE:	1.592500e+001

Comprobación del cruce del fin de la semana GPS

Intervalo definitivo respecto a TOE:	15.925000
Anomalía media:	-2.614601
Resolución de la ecuación de Kepler	
Anomalía excéntrica:	-2.618761
Anomalía verdadera:	-2.622906
Argumento de la latitud:	-4.726294
Corrección al argumento de la latitud:	-0.000001
Corrección al radio vector:	-2.260041e+002
Corrección a la inclinación:	-1.770927e-007

Valores corregidos

Argumento de la latitud:	-4.726295e+000
--------------------------	----------------

Radio vector: 2.675305e+007
 Inclinación: 9.369981e-001

Posición en el plano de la órbita

$X_k = 372013.607$ $Y_k = 26750458.421$

Posición en el sistema ECEF en la época:

$X = 6258825.750$ $Y = -14557836.295$ $Z = 21555090.408$

Coordenadas corregidas de la rotación terrestre

$X = 6258746.132$ $Y = -14557870.525$ $Z = 21555090.408$

Distancia entre las dos posiciones = 86.664

SATELITE 25

SEGUNDA ITERACION tiempo de recorrido 0.075246 (pseudorange/c)

Tiempo de referencia (TOE): 431984.0

Cálculo de la posición XYZ

Movimiento medio corregido: 1.458493e-004
 Intervalo respecto a TOE: 1.592475e+001

Comprobación del cruce del fin de la semana GPS

Intervalo definitivo respecto a TOE: 15.924754
 Anomalía media: -2.614602
 Resolución de la ecuación de Kepler
 Anomalía excéntrica: -2.618761
 Anomalía verdadera: -2.622906
 Argumento de la latitud: -4.726294
 Corrección al argumento de la latitud: -0.000001
 Corrección al radio vector: -2.260041e+002
 Corrección a la inclinación: -1.770927e-007

Valores corregidos

Argumento de la latitud: -4.726295e+000
 Radio vector: 2.675305e+007
 Inclinación: 9.369981e-001

Posición en el plano de la órbita

$X_k = 372014.552$ $Y_k = 26750458.412$

Posición en el sistema ECEF en la época:

X = 6258825.150 Y = -14557836.571 Z = 21555090.400

Coordenadas corregidas de la rotación terrestre

X = 6258745.271 Y = -14557870.913 Z = 21555090.400

Distancia entre las dos posiciones = 86.948

2.3.5 RINEX un formato de intercambio de datos GPS.

Cada proveedor de equipos GPS tiene un formato propio de almacenamiento de los datos que va registrando el receptor, tanto si se trata de equipos que facilitan el posicionamiento en tiempo real, como en el caso de los equipos geodésicos que permiten realizar el procesamiento en una computadora independiente. En el precio del equipo suele incorporarse el coste de los programas para el procesamiento de los datos. Durante la campaña de observaciones en Europa EUREF89 intervinieron más de 60 equipos GPS de cuatro fabricantes diferentes. Esto obligó a definir un formato de intercambio de datos independiente de los formatos propios de cada fabricante, es el formato RINEX (Receiver Independent Exchange Format) desarrollado por Werner Gurtner, Astronomical Institute, University of Berna (Suiza).

Consiste en cuatro ficheros de texto ASCII :

Datos de navegación (Efemérides, Ionosfera, etc)

Observaciones (Pseudodistancias C/A, P1, P2, L1, L2, Doppler..)

Datos meteorológicos

Mensaje de navegación del sistema GLONASS (Rusia)

Los archivos llevan una cabecera con datos generales, seguida del contenido en una disposición fija.

A continuación se muestra la cabecera del archivo de navegación:

CABECERA DE ARCHIVO DE NAVEGACION - EFÉMÉRIDES

2 NAVIGATION DATA RINEX VERSION / TYPE

DAT2RIN 2.20b IGN 23JAN98 CAPut!':CAPut!':05 GMT PGM / RUN BY / DATE
COMMENT

.1211D-07 -.7451D-08 -.5960D-07 .5960D-07 ION ALPHA

.1147D+06 -.1311D+06 -.2621D+06 .7209D+06 ION BETA

.266453525910D-14 .931322574615D-09 61440 74 DELTA-UTC: A0,A1,T,W

12 LEAP SECONDS

END OF HEADER

La línea ION ALPHA lleva los valores

a0 = .1211D-07 **a1** = -.7451D-08 **a2** = -.5960D-07 **a3** = .5960D-07

La línea ION BETA lleva los valores

b0 = .1147D+06 **b1** = -.1311D+06 **b2** = -.2621D+06 **b3** = .7209D+06

que se utilizan para el cálculo de la corrección ionosférica.

DATOS DE EFÉMÉRIDES.

.....

2 98 1 23 10 0 0.0 -.447627156973D-03 -.397903932026D-11 .000000000000D+00

.310000000000D+02 .749375000000D+02 .465697969618D-08 -.276861955488D+01
.367127358913D-05 .172670690808D-01 .960007309914D-05 .515367506790D+04
.468000000000D+06 .949949026108D-07 .253170391158D+01 -.206753611565D-06
.939804396088D+00 .181593750000D+03 -.230620286946D+01 -.781782564382D-08
-.325013538118D-10 .100000000000D+01 .941000000000D+03 .000000000000D+00
.700000000000D+01 .000000000000D+00 -.232830643654D-08 .287000000000D+03
.462570000000D+06
9 98 1 23 10 0 0.0 -.272742472589D-04 -.159161572810D-11 .000000000000D+00
.390000000000D+02 -.133437500000D+02 .514807158070D-08 .222714360193D+00
-.709667801857D-06 .708412006497D-02 .789761543274D-05 .515371271706D+04
.468000000000D+06 .119209289551D-06 .152377587367D+01 .521540641785D-07
.943430643776D+00 .215062500000D+03 .312453574854D+00 -.834249035535D-08
-.424660545959D-09 .100000000000D+01 .941000000000D+03 .000000000000D+00
.700000000000D+01 .000000000000D+00 .512227416039D-08 .390000000000D+02
.463740000000D+06
10 98 1 23 10 0 0.0 .177402980626D-04 .454747350886D-12 .000000000000D+00
.990000000000D+02 -.447812500000D+02 .436339603867D-08 -.257965748993D+01
-.223144888878D-05 .254244077951D-02 .101942569017D-04 .515367825317D+04
.468000000000D+06 -.614672899246D-07 -.564377224508D+00 .353902578354D-07
.965667832444D+00 .186312500000D+03 -.308054707464D+00 -.785318425950D-08
.309298597814D-09 .100000000000D+01 .941000000000D+03 .000000000000D+00
.700000000000D+01 .000000000000D+00 -.186264514923D-08 .990000000000D+02
.462570000000D+06
17 98 1 23 10 0 0.0 -.171641353518D-03 -.113686837722D-11 .000000000000D+00
.231000000000D+03 -.825625000000D+02 .407838416679D-08 .128337393859D+00
-.439025461674D-05 .963995757047D-02 .570714473724D-05 .515364243698D+04
.468000000000D+06 .104308128357D-06 -.151730112260D+01 -.949949026108D-07
.982334277343D+00 .281062500000D+03 .259785079414D+01 -.813712465819D-08
-.147863301957D-09 .100000000000D+01 .941000000000D+03 .000000000000D+00
.700000000000D+01 .000000000000D+00 -.465661287308D-09 .231000000000D+03
.462570000000D+06
26 98 1 23 10 0 0.0 -.785742886364D-04 -.704858393874D-11 .000000000000D+00
.140000000000D+03 -.303125000000D+01 .489984695544D-08 .209464983544D+01
.726431608200D-07 .101458019344D-01 .682473182678D-05 .515359493256D+04
.468000000000D+06 .726431608200D-07 .489528131337D+00 .193715095520D-06
.958566595483D+00 .245500000000D+03 -.284522698781D+00 -.811569519414D-08
.126790995640D-09 .100000000000D+01 .941000000000D+03 .000000000000D+00
.700000000000D+01 .000000000000D+00 .000000000000D+00 .140000000000D+03
.462570000000D+06
27 98 1 23 10 0 0.0 .155721791089D-04 .113686837722D-11 .000000000000D+00
.143000000000D+03 -.793750000000D+01 .512021327744D-08 -.807761897405D+00
-.625848770142D-06 .125538549619D-01 .769086182117D-05 .515363706207D+04
.468000000000D+06 .175088644028D-06 .150793142196D+01 -.208616256714D-06
.940527010325D+00 .218437500000D+03 .311124857857D+01 -.827891627867D-08
-.294655130712D-09 .100000000000D+01 .941000000000D+03 .000000000000D+00
.700000000000D+01 .000000000000D+00 .465661287308D-09 .399000000000D+03
.462570000000D+06

.....
Como ejemplo interpretaremos las efemérides del satélite **27**

Primera línea:

Satélite = 27
 Año = 98
 Mes = 1
 Día = 23
 Hora = 10
 Minuto = 0
 Segundo = 0.0
 Polinomio para corregir el reloj del satélite
af0 = .155721791089D-04 **af1** = .113686837722D-11 **af2** = .000000000000D+00
 Segunda línea:
 IODE = .143000000000D+03 = 143 Edición de las efemérides
 Crs = -.793750000000D+01 Coeficiente del término seno de la corrección al radio
 dn = .512021327744D-08 Variación del movimiento medio [radianes/seg]
 M0 = -.807761897405D+00 Anomalía media en la época TOE [radianes]
 Tercera línea:
 Cuc = -.625848770142D-06 Coeficiente del término coseno de la corrección al
 argumento
 de la latitud [radianes]
 ec = .125538549619D-01 Excentricidad de la órbita [razón de dos longitudes]
 Cus = .769086182117D-05 Coeficiente del término seno de la corrección al argumento
 de la latitud [radianes]
 rA = .515363706207D+04 Raíz cuadrada del semieje mayor de la órbita [m ^{-0.5}]
 Cuarta línea:
 TOE = .468000000000D+06 = 468000 Tiempo de referencia de las efemérides [seg],
 referido al origen de la semana GPS.
 Cic = .175088644028D-06 Coeficiente del término coseno de la corrección a la
 inclinación[radianes]
 W0 = .150793142196D+01 Longitud del nodo ascendente del plano de la órbita al
 comienzo de la semana GPS [radianes]
 Cis = -.208616256714D-06 Coeficiente del término seno de la corrección a la
 inclinación[radianes]
 Quinta línea:
 i0 = .940527010325D+00 Inclinación de la órbita en la época TOE [radianes]
 Crc = .218437500000D+03 Coeficiente del término coseno de la corrección al radio de
 la
 órbita[metros]
 w = .311124857857D+01 Argumento del perigeo [radianes]
 Wdot = -.827891627867D-08 Variación de la ascensión recta [radianes /seg]
 Sexta línea:
 idot = -.294655130712D-09 Variación de la inclinación [semicírculos/seg]
 Codes en L2 = .100000000000D+01 = 1
 Semana GPS = .941000000000D+03 = 941
 L2 P flag = .000000000000D+00 = 0
 Séptima línea:
 Precision de las efemérides = .700000000000D+01 = 7 metros
 Estado de las efemérides = .000000000000D+00 = 0
 TGD = .465661287308D-09
 IODC = .399000000000D+03 = 399 Edición de los datos del reloj
 Octava línea: Hora de transmisión del mensaje = .462570000000D+06 = 462570 seg
 GPS

2.4.- Almanaque de la constelación.

Además de sus efemérides cada satélite transmite unos datos orbitales de todos los satélites de la constelación. Estos datos constituyen el almanaque de la constelación. Una vez que el receptor adquiere un satélite, el conocimiento del almanaque le permite, junto con un valor muy aproximado de su posición, determinar los satélites que se encuentran en ese momento sobre su horizonte. El almanaque se utiliza también en la planificación de las observaciones ya que las posiciones de los satélites repiten con cierta aproximación sus posiciones de un día al siguiente. Los datos del almanaque se pueden obtener en Internet o bien de una observación anterior no muy distante en el tiempo. Los equipos geodésicos permiten extraer esta información en un archivo fácilmente legible.

Datos del almanaque para cada satélite

Parámetro	
ID	Número de identificación del satélite PRN
HEALTH	Estado de funcionamiento
WEEK	Semana GPS
t_a	Época de referencia (segundos en la semana GPS)
$a^{1/2}$	Raíz cuadrada del semieje mayor de la órbita
e	Exentricidad
M_0	Anomalía media en la época de referencia
ω	Argumento del perigeo
δi	Diferencia respecto a la inclinación nominal (55°)
l_0	Longitud del nodo ascendente en el origen de la semana
OMEGADOT	Variación temporal de la longitud del nodo
a_0	Término constante de la marcha del reloj
a_1	Coeficiente del término $(t - t_a)$ de la marcha del reloj

Con estos datos resulta:

$$M = M_0 + n (t - t_a) \quad n \text{ movimiento medio calculado}$$

$$i = 55^\circ + \delta i$$

$$l = \Omega_k = l_0 + \text{OMEGADOT}(t - t_a) - V_E(t - t_0)$$

V_E velocidad de rotación de la Tierra
 t_0 origen de la semana.

$$\Delta^S = a_0 + a_1 (t - t_a) \text{ corrección al reloj.}$$

Aplicando las fórmulas anteriores con estos valores, se obtienen las posiciones aproximadas de los satélites.

2.5.- Efemérides precisas.

El International GPS Service for Geodynamics (IGS) determina efemérides precisas para los satélites, parámetros de la rotación terrestre y correcciones de los relojes de los satélites. Los datos de las observaciones (cada 30 segundos) de su red de estaciones, repartidas por todo el mundo, están también disponibles en sus centros de distribución (en formato RINEX) a partir del día siguiente.

El IGS está organizado en

Una red de estaciones permanentes (236 actualmente) repartidas por todo el mundo.

. Actualmente existen cinco estaciones del IGS en España:

- Villafranca (ESA/ESOC)
- L'Ebre (ICC)
- Yebes (IGN)
- Maspalomas (ESA/ESOC)
- San Fernando (ROA)

Centros de Datos Globales

CDDIS Crustal Dynamics Data Information System, GSFC, NASA, USA
 IGN Institut Geographique National, Francia
 SIO Scripps Institution of Oceanography, Univ. of Cal, USA

Centros de Datos Regionales

AUSLIG Australian Land Information Group, Australia
 BKG Bundensamt für Kartographie und Geodäsie, Alemania
 JPL Jet Propulsion Laboratory, Caltech, USA
 NGS National Geodetic Survey, NOAA, USA
 NRCA Geodetic Survey, Canada

Centros de Análisis

- Center for Orbit Determination in Europe(CODE), Suiza
- Natural Resources Canada(EMR), Canada
- European Space Agency(ESA), Alemania
- Geoforschungs Zentrum Institute(GFZ), Alemania
- Jet Propulsion Laboratory(JPL), USA
- National Geodetic Survey(NGS), USA
- Scripps Institution of Oceanography(SIO), USA

Coordinación de los centros de análisis

Este centro coordina los resultados de los centros de análisis y de los centros asociados de análisis.

Desde noviembre de 1992, la precisión ha pasado de un metro en las efemérides y un milisegundo de arco (mas.) en los parámetros de rotación terrestre, a 5 cm y 0.2 mas. Los datos de rotación se combinan con los de otras técnicas de Geodesia Espacial: VLBI y Laser.

Tipos de órbitas precisas (Intervalo 15 minutos)

Rápidas de CODE Precisión 0.10 m Tiempo de espera 16 horas Disponibles en CODE (vía FTP)

Ultrarápidas IGS . Precisión. 0.15 m . Tiempo de espera 3 horas. Disponibles Centros de datos IGS. (<http>)

Rápidas IGS. Precisión 0.10 m. Tiempo de espera 24 horas. Disponibles Centros de datos IGS (<http>)

Finales IGS. Precisión 0.05 m. Tiempo de espera 11 días. Disponibles Centros de datos IGS (<http>)

2.5.2.- El formato sp3 (ASCII)

Las efemérides precisas están disponibles en Internet, a partir de un cierto tiempo de la observación que depende del tipo, en el formato sp3 que es un standard aceptado ampliamente. Los dos ejemplos siguientes están tomados de:

The Extended Standard Product 3 Orbit Format (SP3-c) (5 September 2002)
Steve Hilla. National Geodetic Survey. Silver Spring, MD 20910-3282, USA

Example 1. SP3-c file with Position and Clock Record used at each epoch.

```
#cP2001 8 8 0 0 0.00000000 192 ORBIT IGS97 HLM IGS
## 1126 259200.00000000 900.00000000 52129 0.00000000000000
+ 26 G01G02G03G04G05G06G07G08G09G10G11G13G14G17G18G20G21
+ G23G24G25G26G27G28G29G30G31 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 7 8 7 8 6 7 7 7 7 7 7 7 7 8 8 7 9
++ 9 8 6 8 7 7 6 7 7 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%c G cc GPS ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
%c cc cc ccc ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
%f 1.2500000 1.025000000 0.00000000000 0.0000000000000000
%f 0.0000000 0.000000000 0.00000000000 0.0000000000000000
%i 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%i 0 0 0 0 0 0 0 0 0
/* ULTRA ORBIT COMBINATION FROM WEIGHTED AVERAGE OF:
/* cou esu gfu jpu siu usu
/* REFERENCED TO cou CLOCK AND TO WEIGHTED MEAN POLE:
/* CLK ANT Z-OFFSET (M): II/IIA 1.023; IIR 0.000
* 2001 8 8 0 0 0.00000000
```

```

PG01 -11044.805800 -10475.672350 21929.418200 189.163300 18 18 18 219
PG02 -12593.593500 10170.327650 -20354.534400 -55.976000 18 18 18 219 M
PG03 9335.606450 -21952.990750 -11624.350150 54.756700 18 18 18 219
PG04 -16148.976900 8606.630600 19407.845050 617.997800 18 18 18 219
PG05 13454.631450 20956.333700 9376.994100 308.956400 18 18 18 219
PG06 18821.523100 1138.155450 18958.305500 -2.406900 18 18 18 219
.
.
.
* 2001 8 9 23 45 0.00000000
PG01 -11044.805800 -10475.672350 21929.418200 189.163300 18 18 18 219 P P
PG02 -12593.593500 10170.327650 -20354.534400 -55.976000 18 18 18 219 P P
PG03 9335.606450 -21952.990750 -11624.350150 54.756700 18 18 18 219 P P
PG04 -16148.976900 8606.630600 19407.845050 617.997800 18 18 18 219 EP P
.
.
.
PG30 -20393.814200 16198.067550 -4138.151700 428.892900 18 18 18 219 P P
PG31 -23592.378250 1395.049800 -12524.037100 461.972900 18 18 18 219 P P
EOF

```

Interpretación:

Primera línea:

```
#cP2001 8 8 0 0 0.00000000 192 ORBIT IGS97 HLM IGS
```

```
Col 1-2  Version del formato  #c          A2
```

```
Col 3    Pos or Vel Flag      P or V    A1
          P información de posición en este caso.
          V información de velocidad
```

Época de comienzo de las efemérides: (Fecha Gregoriana).

```

Col 4-7  Año          2001          I4
Col 8    blanco
Col 9-10 Mes         _8            I2
Col 11   blanco
Col 12-13 Día        _8            I2
Col 14   blanco
Col 15-16 Hora       _0            I2
Col 17   blanco
Col 18-19 Minuto     _0            I2
Col 20   blanco
Col 21-31 Segundo    _0.00000000  F11.8
Col 32   blanco

```

Número de épocas que contiene el archivo

Col 33-39 Numero de Ep. ____192 17

Col 40 blanco

Col 41-45 Descripción de los datos: ORBIT A5

Col 46 blanco

Col 47-51 Sistema de coordenadas IGS97 A5

*** Debe prestarse especial atención a este dato cuando se utilicen las efemérides precisas, este será el sistema de referencia en el que se calcularán las posiciones *****

Col 52 blanco

Col 53-55 Tipo de órbita FIT A3

FIT (fitted)

EXT (extrapolated or predicted)

BCT (broadcast)

HLM (fitted after applying a Helmert transformation)

Col 56 blanco

Col 57-60 Agencia IGS A4

Segunda línea:

1126 259200.00000000 900.00000000 52129 0.00000000000000

Col 1-2 Symbolos ## A2

Col 3 blanco

Época de comienzo de las efemérides (Tiempo GPS)

Col 4-7 Semana GPS 1126 I4

Origen 6 enero de 1980

Col 8 blanco

Col 9-23 Segundos 259200.00000000 F15.8

desde el comienzo de la semana, (0.0 <= segundos < 604800.0)

Col 24 blanco

Col 25-38 Epoch Interval __900.00000000 F14.8

(0.0 < Epoch Interval < 100000.0) in seconds

Intervalo de las efemérides 900/60 = 15 minutos

Col 39 blanco

Col 40-44 Mod Jul Day St 52129 I5

Día juliano modificado del comienzo de las efemérides

(44244 represents GPS zero time -- January 6, 1980)

Col 45 blanco

Col 46-60 Fractional Day 0.0000000000000 F15.13

Fracción del día juliano en días: (0.0 <= fractional < 1.0)

Líneas 3ª a 7ª:

```
+ 26 G01G02G03G04G05G06G07G08G09G10G11G13G14G17G18G20G21
+   G23G24G25G26G27G28G29G30G31 0 0 0 0 0 0 0 0
+   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

Línea 3:

Col 1-2	Symbols	+ <u> </u>	A2
Col 3-4	blanco	<u> </u>	2 blanks
Col 5-6	Number of Sats	<u> </u> 26	I2
Col 7-9	blanco	<u> </u>	3 blanks
Col 10-12	Sat #1 Id	<u> </u> G01	A1,I2
Col 13-15	Sat #2 Id	G02	A1,I2
	*		
	*		
	*		
Col 58-60	Sat #17 Id	G21	A1,I2

Línea 4:

Col 1-2	Symbols	+ <u> </u>	A2
Col 3-9	blanco	<u> </u>	7 blanks
Col 10-12	Sat #18 Id	<u> </u> G23	A1,I2
Col 13-15	Sat #19 Id	G24	A1,I2
	*		
	*		
	*		
Col 58-60	Sat #34 Id	<u> </u> 0	A1,I2

Línea 5:

Col 1-2	Symbols	+ <u> </u>	A2
Col 3-9	blanco	<u> </u>	7 blanks
Col 10-12	Sat #35 Id	<u> </u> 0	A1,I2
Col 13-15	Sat #36 Id	<u> </u> 0	A1,I2
	*		
	*		
	*		
Col 58-60	Sat #51 Id	<u> </u> 0	A1,I2

Línea 6:

Col 1-2	Symbols	+_	A2
Col 3-9	blanco	_____	7 blanks
Col 10-12	Sat #52 Id	__0	A1,I2
Col 13-15	Sat #53 Id	__0	A1,I2
	*		
	*		
	*		
Col 58-60	Sat #68 Id	__0	A1,I2

Línea 7:

Col 1-2	Symbols	+_	A2
Col 3-9	blanco	_____	7 blanks
Col 10-12	Sat #69 Id	__0	A1,I2
Col 13-15	Sat #70 Id	__0	A1,I2
	*		
	*		
	*		
Col 58-60	Sat #85 Id	__0	A1,I2

Identificación de los satélites:

"Gnn" GPS satellites
 "Rnn" GLONASS satellites
 "Lnn" for Low-Earth Orbiting (LEO) satellites
 "Enn" for Galileo satellites.

Lineas 8ª a 12ª:

```

++  7 8 7 8 6 7 7 7 7 7 7 7 7 8 8 7 9
++  9 8 6 8 7 7 6 7 7 0 0 0 0 0 0 0 0
++  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```

Línea 8ª:

Col 1-2	Symbols	++	A2
Col 3-9	blanco	_____	7 blanks
Col 10-12	Sat #1 Accuracy	__7	I3
Col 13-15	Sat #2 Accuracy	__8	I3
	*		
	*		
	*		
Col 58-60	Sat #17 Accuracy	__9	I3

Línea 9ª

Col 1-2	Symbols	++	A2
---------	---------	----	----

Col 3-9	blanco	_____	7 blanks
Col 10-12	Sat #18 Accuracy	__9	I3
Col 13-15	Sat #19 Accuracy	__8	I3
	*		
	*		
	*		
Col 58-60	Sat #34 Accuracy	__0	I3

Línea 10^a:

Col 1-2	Symbols	++	A2
Col 3-9	blanco	_____	7 blanks
Col 10-12	Sat #35 Accuracy	__0	I3
Col 13-15	Sat #36 Accuracy	__0	I3
	*		
	*		
	*		
Col 58-60	Sat #51 Accuracy	__0	I3

Línea 11^a:

Col 1-2	Symbols	++	A2
Col 3-9	blanco	_____	7 blanks
Col 10-12	Sat #52 Accuracy	__0	I3
Col 13-15	Sat #53 Accuracy	__0	I3
	*		
	*		
	*		
Col 58-60	Sat #68 Accuracy	__0	I3

Línea 12^a:

Col 1-2	Symbols	++	A2
Col 3-9	blanco	_____	7 blanks
Col 10-12	Sat #69 Accuracy	__0	I3
Col 13-15	Sat #70 Accuracy	__0	I3
	*		
	*		
	*		
Col 58-60	Sat #85 Accuracy	__0	I3

Los valores se corresponden con los satélites indicados anteriormente y representan el exponente n de la expresión 2^{**n} , que indica en mm la precisión de la órbita de cada satélite. Un exponente 0 se interpreta como falta de información. (Una desviación típica de todas las efemérides para un mismo satélite en el archivo.)

G01	$2^{**7} = 128$ mm	G02	$2^{**8} = 256$ mm
-----	--------------------	-----	--------------------

G03	2**7 = 128 mm	G04	2**8 = 256 mm
G05	2**6 = 64 mm	G06	2**7 = 128 mm
G07	2**7 = 128 mm	G08	2**7 = 128 mm
G09	2**7 = 128 mm	G10	2**7 = 128 mm
G11	2**7 = 128 mm	G13	2**7 = 128 mm
G14	2**7 = 128 mm	G17	2**8 = 256 mm
G18	2**8 = 256 mm	G20	2**7 = 128 mm
G21	2**9 = 512 mm	G23	2**9 = 512 mm
G24	2**8 = 256 mm	G25	2**6 = 64 mm
G26	2**8 = 256 mm	G27	2**7 = 128 mm
G28	2**7 = 128 mm	G29	2**6 = 64 mm
G30	2**7 = 128 mm	G31	2**7 = 128 mm

Líneas 13^a a 18^a:

```
%c G cc GPS ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
%c cc cc ccc ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
%f 1.2500000 1.025000000 0.00000000000 0.0000000000000000
%f 0.0000000 0.000000000 0.00000000000 0.0000000000000000
%i 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%i 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

Línea 13^a:

Col 1-2	Symbols	%c	A2
Col 3	blanco		blank
Col 4-5	File Type	G_	A2

Valores:

"G " for GPS only files
 "M " for mixed files
 "R " for GLONASS only files
 "L " for LEO only files
 "E " for Galileo only files

Col 6	blanco		blank
Col 7-8	2 characters	cc	A2
Col 9	blanco		blank
Col 10-12	Time System	GPS	A3

Sistema de Tiempo en que están las efemérides:

"GPS" for GPS Time,
 "UTC" for Coordinated Universal Time.

Col 13	blanco		blank
Col 14-16	3 characters	ccc	A3
Col 17	blanco		blank
Col 18-21	4 characters	cccc	A4
Col 22	blanco		blank
Col 23-26	4 characters	cccc	A4

Col 27	blanco	—	blank
Col 28-31	4 characters	cccc	A4
Col 32	blanco	—	blank
Col 33-36	4 characters	cccc	A4
Col 37	blanco	—	blank
Col 38-42	5 characters	ccccc	A5
Col 43	blanco	—	blank
Col 44-48	5 characters	ccccc	A5
Col 49	blanco	—	blank
Col 50-54	5 characters	ccccc	A5
Col 55	blanco	—	blank
Col 56-60	5 characters	ccccc	A5

Línea 14^a:

Col 1-2	Symbols	%c	A2
Col 3	blanco	—	blank
Col 4-5	2 characters	cc	A2
Col 6	blanco	—	blank
Col 7-8	2 characters	cc	A2
Col 9	blanco	—	blank
Col 10-12	3 characters	ccc	A3
Col 13	blanco	—	blank
Col 14-16	3 characters	ccc	A3
Col 17	blanco	—	blank
Col 18-21	4 characters	cccc	A4
Col 22	blanco	—	blank
Col 23-26	4 characters	cccc	A4
Col 27	blanco	—	blank
Col 28-31	4 characters	cccc	A4
Col 32	blanco	—	blank
Col 33-36	4 characters	cccc	A4
Col 37	blanco	—	blank
Col 38-42	5 characters	ccccc	A5
Col 43	blanco	—	blank
Col 44-48	5 characters	ccccc	A5
Col 49	blanco	—	blank
Col 50-54	5 characters	ccccc	A5
Col 55	blanco	—	blank
Col 56-60	5 characters	ccccc	A5

Línea 15^a:

Col 1-2	Symbols	%f	A2
Col 3	blanco	—	blank
Col 4-13	Base for Pos/Vel	_1.2500000	F10.7
	(mm or 10 ^{**} -4 mm/sec)		
	Expresión del emc para la posición y velocidad, en lugar de la base 2 se utiliza		

1.25**n en mm para X, Y, Z
 1.25**n en 10**-4 mm/s para las tres componentes de la velocidad

Col 14	blanco		blank
Col 15-26	Base for Clk/Rate	<u> </u> 1.025000000	F12.9
	(psec or 10**-4 psec/sec)		
	Expresión del emc para el reloj, en lugar de la base 2 se utiliza		
	1.025**n en en picosegundos para la constante		
	1.025**n en 10**-4 psec/s el término lineal		
Col 27	blanco		blank
Col 28-41	14-column float	<u> </u> 0.00000000000	F14.11
Col 42	blanco		blank
Col 43-60	18-column float	<u> </u> 0.0000000000000000	F18.15

Línea 16^a:

Col 1-2	Symbols	%f	A2
Col 3	blanco		blank
Col 4-13	10-column float	<u> </u> 0.0000000	F10.7
Col 14	blanco		blank
Col 15-26	12-column float	<u> </u> 0.000000000	F12.9
Col 27	blanco		blank
Col 28-41	14-column float	<u> </u> 0.00000000000	F14.11
Col 42	blanco		blank
Col 43-60	18-column float	<u> </u> 0.0000000000000000	F18.15

Lineas 17^a y 18^a:

Col 1-2	Symbols	%i	A2
Col 3	blanco		blank
Col 4-7	4-column int	<u> </u> 0	I4
Col 8	blanco		blank
Col 9-12	4-column int	<u> </u> 0	I4
Col 13	blanco		blank
Col 14-17	4-column int	<u> </u> 0	I4
Col 18	blanco		blank
Col 19-22	4-column int	<u> </u> 0	I4
Col 23	blanco		blank
Col 24-29	6-column int	<u> </u> 0	I6
Col 30	blanco		blank
Col 31-36	6-column int	<u> </u> 0	I6
Col 37	blanco		blank
Col 38-43	6-column int	<u> </u> 0	I6
Col 44	blanco		blank

Col 45-50	6-column int	_____0	I6
Col 51	blanco	—	blank
Col 52-60	9-column int	_____0	I9

Lineas 19 a 22:

```

/* ULTRA ORBIT COMBINATION FROM WEIGHTED AVERAGE OF:
/* cou esu gfu jpu siu usu
/* REFERENCED TO cou CLOCK AND TO WEIGHTED MEAN POLE:
/* CLK ANT Z-OFFSET (M): II/IIA 1.023; IIR 0.000

```

Col 1-2	Symbols	/*	A2
Col 3	blanco	—	blank
Col 4-60	Comment	CC...CC	A57

Línea 23:

```
* 2001 8 8 0 0 0.00000000
```

Col 1-2	Symbols	*_	A2
Col 3	blanco	—	blank

Época del origen del bloque que sigue:

Col 4-7	Year Start	2001	I4
Col 8	blanco	—	blank
Col 9-10	Month Start	_8	I2
Col 11	blanco	—	blank
Col 12-13	Day of Month St	_8	I2
Col 14	blanco	—	blank
Col 15-16	Hour Start	_0	I2
Col 17	blanco	—	blank
Col 18-19	Minute Start	_0	I2
Col 20	blanco	—	blank
Col 21-31	Second Start	_0.00000000	F11.8

Línea 24 y siguientes:

```
PG01 -11044.805800 -10475.672350 21929.418200 189.163300 18 18 18 219
```

Col 1	Symbol	P	A1
-------	--------	---	----

```
**** P información de posición ****
```

Col 2-4	Vehicle Id.	G01	A1,I2
Col 5-18	x-coordinate(km)	_-11044.805800	F14.6
Col 19-32	y-coordinate(km)	_-10475.672350	F14.6
Col 33-46	z-coordinate(km)	__21929.418200	F14.6
Col 47-60	clock (microsec)	____189.163300	F14.6
Col 61	blanco	—	blank

***** Época origen del último bloque

* 2001 8 9 23 45 0.00000000

***** Último bloque

```
PG01 -11044.805800 -10475.672350 21929.418200 189.163300 18 18 18 219 P P
PG02 -12593.593500 10170.327650 -20354.534400 -55.976000 18 18 18 219 P P
PG03 9335.606450 -21952.990750 -11624.350150 54.756700 18 18 18 219 P P
PG04 -16148.976900 8606.630600 19407.845050 617.997800 18 18 18 219 EP P
.
.
.
PG30 -20393.814200 16198.067550 -4138.151700 428.892900 18 18 18 219 P P
PG31 -23592.378250 1395.049800 -12524.037100 461.972900 18 18 18 219 P P
```

**** Fin de archivo *****

EOF

***** Fin del ejemplo 1 *****

Otros registros

Example 2. SP3-c file with all record types (P, EP, V, EV) used at each epoch.

```
#cV2001 8 8 0 0 0.00000000 192 ORBIT IGS97 HLM IGS
## 1126 259200.00000000 900.00000000 52129 0.00000000000000
+ 26 G01G02G03G04G05G06G07G08G09G10G11G13G14G17G18G20G21
+ G23G24G25G26G27G28G29G30G31 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 7 8 7 8 6 7 7 7 7 7 7 7 8 8 7 9
++ 9 8 6 8 7 7 6 7 7 0 0 0 0 0 0 0
++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%c G cc GPS ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
%c cc cc ccc ccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
%f 1.2500000 1.025000000 0.000000000000 0.0000000000000000
%f 0.00000000 0.0000000000 0.000000000000 0.0000000000000000
%i 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%i 0 0 0 0 0 0 0 0 0
/* ULTRA ORBIT COMBINATION FROM WEIGHTED AVERAGE OF:
/* cou esu gfu jpu siu usu
/* REFERENCED TO cou CLOCK AND TO WEIGHTED MEAN POLE:
/* CLK ANT Z-OFFSET (M): II/IIA 1.023; IIR 0.000
* 2001 8 8 0 0 0.00000000
PG01 -11044.805800 -10475.672350 21929.418200 189.163300 18 18 18 219
EP 55 55 55 222 1234567 -1234567 5999999 -30 21 -1230000
```

VG01 20298.880364 -18462.044804 1381.387685 -4.534317 14 14 14 191
 EV 22 22 22 111 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567
 PG02 -12593.593500 10170.327650 -20354.534400 -55.976000 18 18 18 219 M
 EP 55 55 55 222 1234567 -1234567 5999999 -30 21 -1230000
 VG02 -9481.923808 -25832.652567 -7277.160056 8.801258 14 14 14 191
 EV 22 22 22 111 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567
 PG03 9335.606450 -21952.990750 -11624.350150 54.756700 18 18 18 219
 EP 55 55 55 222 1234567 -1234567 5999999 -30 21 -1230000
 VG03 12497.392894 -8482.260298 26230.348459 5.620682 14 14 14 191
 EV 22 22 22 111 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567
 PG04 -16148.976900 8606.630600 19407.845050 617.997800 18 18 18 219
 EP 55 55 55 222 1234567 -1234567 5999999 -30 21 -1230000
 VG04 -22859.768469 -8524.538983 -15063.229095 -3.292980 14 14 14 191
 EV 22 22 22 111 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567
 PG05 13454.631450 20956.333700 9376.994100 308.956400 18 18 18 219
 EP 55 55 55 222 1234567 -1234567 5999999 -30 21 -1230000
 VG05 392.255680 12367.086937 -27955.768747 -13.600595 14 14 14 191
 EV 22 22 22 111 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567
 .
 .
 .

* 2001 8 9 23 45 0.00000000

PG01 -11044.805800 -10475.672350 21929.418200 189.163300 18 18 18 219 P P
 EP 55 55 55 222 1234567 -1234567 5999999 -30 21 -1230000
 VG01 20298.880364 -18462.044804 1381.387685 -4.534317 14 14 14 191
 EV 22 22 22 111 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567
 PG02 -12593.593500 10170.327650 -20354.534400 -55.976000 18 18 18 219 P P
 EP 55 55 55 222 1234567 -1234567 5999999 -30 21 -1230000
 VG02 -9481.923808 -25832.652567 -7277.160056 8.801258 14 14 14 191
 EV 22 22 22 111 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567
 .
 .
 .
 PG30 -23592.378250 1395.049800 -12524.037100 461.972900 18 18 18 219 P P
 EP 55 55 55 222 1234567 -1234567 5999999 -30 21 -1230000
 VG30 -13996.847785 -6945.665482 25908.199568 0.364488 14 14 14 191
 EV 22 22 22 111 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567
 PG31 17353.533200 15151.105700 -13851.534050 -1.841700 18 18 18 219 P P
 EP 55 55 55 222 1234567 -1234567 5999999 -30 21 -1230000
 VG31 -16984.306646 -2424.913336 -23969.277677 -14.371692 14 14 14 191
 EV 22 22 22 111 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567
 EOF

Registros EP (The Position and Clock Correlation Record)

EP 55 55 55 222 1234567 -1234567 5999999 -30 21 -1230000

Col 1-2	Symbols	EP	A2
Col 3-4	Unused	—	2 blanks

Col 5-8 x-sdev (mm) __55 I4

desv tip x = 55.0 mm

Col 9 Unused blank
Col 10-13 y-sdev (mm) _55 I4

desv tip y = 55.0 mm

Col 14 Unused blank
Col 15-18 z-sdev (mm) _55 I4

desv tip z = 55.0 mm

Col 19 Unused blank
Col 20-26 clk-sdev (psec) ____222 I7

desv tip reloj = 222 picosegundos

Col 27 Unused blank
Col 28-35 xy-correlation _1234567 I8

Coefficiente correlación xy = 0.1234567

Col 36 Unused blank
Col 37-44 xz-correlation -1234567 I8

Coefficiente correlación xy = -0.1234567

Col 45 Unused blank
Col 46-53 xc-correlation _5999999 I8

Coefficiente correlación xc = 0.5999999

Col 54 Unused blank
Col 55-62 yz-correlation _____-30 I8

Coefficiente correlación yz = -0.0000030

Col 63 Unused blank
Col 64-71 yc-correlation _____21 I8

Coefficiente correlación yc = 0.0000021

Col 72 Unused blank
Col 73-80 zc-correlation -1230000 I8

Coeficiente correlación $z_c = -0.1230000$

Column 1	Symbol	V	A1
Columns 2-4	Vehicle Id.	G01	A1,I2
Columns 5-18	x-velocity(dm/s)	<u> </u> 20298.880364	F14.6
Columns 19-32	y-velocity(dm/s)	<u> </u> -18462.044804	F14.6
Columns 33-46	z-velocity(dm/s)	<u> </u> 1381.387685	F14.6
Columns 47-60	clock rate-chg	<u> </u> -4.534317	F14.6
Column 61	Unused	<u> </u>	blank
Columns 62-63	xvel-sdev	<u> </u> 14	I2
	(b**n 10**-4 mm/sec)		
Column 64	Unused	<u> </u>	blank
Columns 65-66	yvel-sdev	<u> </u> 14	I2
	(b**n 10**-4 mm/sec)		
Column 67	Unused	<u> </u>	blank
Columns 68-69	zvel-sdev	<u> </u> 14	I2
	(b**n 10**-4 mm/sec)		
Column 70	Unused	<u> </u>	blank
Columns 71-73	clkrate-sdev	<u> </u> 191	I3
	(b**n 10**-4 psec/sec)		
Columns 74-80	Unused	<u> </u>	7 blanks

Velocity and Clock Rate-of-Change Record, V

VG01 20298.880364 -18462.044804 1381.387685 -4.534317 14 14 14 191

Col 1	Symbol	V	A1
Col 2-4	Vehicle Id.	G01	A1,I2
Col 5-18	x-velocity(dm/s)	<u> </u> 20298.880364	F14.6
Col 19-32	y-velocity(dm/s)	<u> </u> -18462.044804	F14.6
Col 33-46	z-velocity(dm/s)	<u> </u> 1381.387685	F14.6
Col 47-60	clock rate-chg	<u> </u> -4.534317	F14.6
Col 61	Unused	<u> </u>	blank
Col 62-63	xvel-sdev	<u> </u> 14	I2
	(b**n 10**-4 mm/sec)	$1.25^{**14} * 10^{**-4} = 0.00227$	
Col 64	Unused	<u> </u>	blank
Col 65-66	yvel-sdev	<u> </u> 14	I2
	(b**n 10**-4 mm/sec)	$1.25^{**14} * 10^{**-4} = 0.00227$	
Col 67	Unused	<u> </u>	blank
Col 68-69	zvel-sdev	<u> </u> 14	I2
	(b**n 10**-4 mm/sec)	$1.25^{**14} * 10^{**-4} = 0.00227$	
Col 70	Unused	<u> </u>	blank
Col 71-73	clkrate-sdev	<u> </u> 191	I3
	(b**n 10**-4 psec/sec)	$1.024^{**191} * 10^{**-4} = 0.01117$	psec/sec
Col 74-80	Unused	<u> </u>	7 blanks

Registro EV. The Velocity and Clock Rate-of-Change Correlation Record

EV 22 22 22 111 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567 1234567

Col 1-2	Symbols	EV	A2
Col 3-4	Unused		2 blanks
Col 5-8	xvel-sdev	<u>22</u>	I4
		(10** ⁻⁴ mm/sec)	0.0022
Col 9	Unused	-	blank
Col 10-13	yvel-sdev	<u>22</u>	I4
		(10** ⁻⁴ mm/sec)	0.0022
Col 14	Unused	-	blank
Col 15-18	zvel-sdev	<u>22</u>	I4
		(10** ⁻⁴ mm/sec)	0.0022
Col 19	Unused	-	blank
Col 20-26	clkrate-sdev	<u>111</u>	I7
		(10** ⁻⁴ psec/sec)	0.0111
Col 27	Unused	-	blank
Col 28-35	xy-correlation	<u>1234567</u>	I8
		0.1234567	
Col 36	Unused	-	blank
Col 37-44	xz-correlation	<u>1234567</u>	I8
		0.1234567	
Col 45	Unused	-	blank
Col 46-53	xc-correlation	<u>1234567</u>	I8
		0.1234567	
Col 54	Unused	-	blank
Col 55-62	yz-correlation	<u>1234567</u>	I8
		0.1234567	
Col 63	Unused	-	blank
Col 64-71	yc-correlation	<u>1234567</u>	I8
		0.1234567	
Col 72	Unused	-	blank
Col 73-80	zc-correlation	<u>1234567</u>	I8
		0.1234567	

2.5.3.- Formato EF18 (binario)

NGS ha seleccionado el formato EF18 (binario) para la distribución de las efemérides precisas por ser mucho más compacto. Bajar un archivo en formato sp3 lleva 3.4 veces más tiempo que uno en EF18. NGS proporciona programas para PC o compatible que realizan el cambio de formato. De todos modos la mayor parte de los programas de cálculo de GPS aceptan los dos formatos para las efemérides precisas.

La descripción del formato binario se puede bajar directamente del NGS.

2.5.4.- Interpolación de las efemérides precisas

Los datos de las efemérides y del reloj se dan para una época nominal. Es necesaria una interpolación para obtener los valores de las efemérides y la corrección

del reloj de cada satélite en el momento de la emisión. El método de interpolación de Lagrange se adapta bien a este propósito. Damos a continuación un breve resumen.

Dado un conjunto de valores x_1, x_2, \dots, x_n , existe un conjunto de polinomios l_1, l_2, \dots, l_n de grado $n-1$ que tienen la propiedad

$$l_i(x_j) = 0 \text{ si } i \neq j \quad l_i(x_j) = 1 \text{ si } i = j$$

Si y_1, y_2, \dots, y_n son los valores de la función a interpolar en x_1, x_2, \dots, x_n el valor de y correspondiente a x es:

$$y(x) = \sum_1^n y_i l_i(x)$$

Los polinomios l están definidos por:

$$l_i(x) = \frac{(x-x_1)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_1)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)} = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left(\frac{x-x_j}{x_i-x_j} \right)$$

La función $y(x)$ pasa por todos los puntos.

$$y(x_i) = y_i$$

En el caso de datos igualmente espaciados, la variable independiente x , se puede convertir en una variable que toma valores enteros en x_1, x_2, \dots, x_n y reales fuera de ellos mediante la substitución:

$$i = \frac{x_i - x_c}{\Delta} \text{ siendo } \Delta = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \dots = x_n - x_{n-1}$$

x_c es uno de los valores x_i

En el caso de 2º grado, tres puntos, tomando el punto central x_2 , resulta

$$i = -1, 0, 1$$

Dado un valor de x el cambio de variables anterior le hace corresponder un valor t

$$t = \frac{x - x_c}{\Delta}$$

y los denominadores se convierten

$$2, -1, 2$$

Para 5 puntos, grado cuatro: 24, -6, 4, -6, 24

Para 7 puntos, grado 6: 720, -120, 48, -36, 48, -120, 720

Al ser los denominadores fijos, se reduce mucho la carga de cálculo y la programación.

Este proceso hay que llevarlo a cabo para X, Y, Z y el reloj del satélite. El valor x_c hay que elegirlo lo más próximo posible al valor de x que se quiere interpolar. En los extremos los valores son poco fiables, muchos programas limitan la interpolación al intervalo que comienza 5 minutos después de la primera efeméride del archivo y finaliza 5 minutos antes de la última efeméride.

Calidad de los datos:

Orbit Type	Quality (m)	Delay of Availability	Available at
Broadcast Orbits	3.00 m	Real Time	Broadcast Message
CODE Predicted Orbits	.20 m	Real Time	CODE through FTP
CODE Rapid Orbits	.10 m	after 16 hours	CODE through FTP
IGS Rapid Orbit	.10 m	after 24 hours	IGS Data Centers
IGS Final Orbit	.05 m	After 11 Days	IGS Data Centers and CBIS

Table 8.2: Estimated Quality of Orbits in 1996

Influencia en el vector de posición relativa (baseline).

Orbit Error	Baseline Length	Baseline Error in ppm	Baseline Error in mm
2.5 m	1 km	.1 ppm	- mm
2.5 m	10 km	.1 ppm	1 mm
2.5 m	100 km	.1 ppm	10 mm
2.5 m	1000 km	.1 ppm	100 mm
.05 m	1 km	.002 ppm	- mm
.05 m	10 km	.002 ppm	- mm
.05 m	100 km	.002 ppm	- mm
.05 m	1000 km	.002 ppm	.5 mm

Table 8.1: Errors in Baseline Components due to Orbit Errors